



第12回
科学の甲子園 全国大会

実技競技① 「にほんの振り子」 —連成振り子の物理—

問題



問題

以下の文を読み、実験を行い、問1～問6に答えなさい。

振り子の周期 T は、振幅が大きくないときにはおもりの重さや振れ幅にはよらず、振り子の長さだけに依存し以下の式で求められます。

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (\text{式※})$$

ただし、 l は支点からおもりまでの長さ、 g は重力加速度で、おもりは質点であるとしています。

振り子の周期が振り子の長さのみに依存することに最初に気が付いたのがガリレオだとされていますが、それ以降、振り子は時計の重要な部品として時間を計るために用いられてきました。現在では、振り子と同じように一定の周期を繰り返す機構が振り子に変わって時を刻む役割を果たしています。

振り子のように固有振動を持つものには共振（共鳴）と呼ばれる現象が見られます。高等学校までの物理では、振り子や共振現象について、簡単な扱いしかされていませんが、理工系の大学では、これらの事柄がより深く、関連を持って扱われます。今回の実験では、少し背伸びをして、振動現象の奥深さを感じてもらうことを意図しました。

この競技を進めていくうえで、 g は重力加速度の大きさ、 π は円周率を表し、その値を $g=9.80665 \text{ m/s}^2$ 、 $\pi=3.14159$ とします。

また、配付した実験器材はすべて蝶ネジ^{ちょう}で調整可能であり、必要な予備の部品も配付されています。実験装置の必要な調整を各チームで行い、より正確な実験結果を求めてください。

問1

- (1) 周期 T が 2.00 秒の振り子を作りたい。支点からおもりまでの糸の長さ l をいくらにすればよいか、まずは計算で求めてみましょう。

(式※)を利用して、 l の値を求め、0.1 cmの桁まで解答用紙に記しなさい。ただし、おもりは質点（大きさが無い）として扱えるものとする。

- (2) (1)で求めた長さから糸を 1.0 cm 長くしたときの周期 T_{+1} を計算で求め、0.01 秒の桁まで解答用紙に記しなさい。

本競技における振り子の周期の測定にあたっては、振り子の「10 往復の経過時間」を測定することで測定誤差を小さくし、これを 3 回測定しその平均値を取ることで周期を求める。

実験 1 振り子の周期

- 手引き p.6 からの【実験装置の確認】【実験装置の準備・調整】を行う。
- 手引き p.10 の【実験 1】にしたがって、実験・計測を行う。

問 2

- (1) 振り子 1 の周期 T_1 が 1.98 秒～2.02 秒の範囲の値になるように糸の長さを調整しなさい*。調整後の振り子 1 の周期 T_1 を、10 往復にかかる時間を 3 回測定した結果とともに、0.01 秒の桁まで解答用紙に記しなさい。

また、糸の長さ（糸の上部の支点となるクリップの下端からおもりの上部の糸を止めている金具の上端までの長さ） l_1 を 0.1 cm の桁まで記しなさい。

- (2) 続いて、振り子 2 の周期 T_2 を(1)で調整した T_1 と比較して T_2 が $T_1 \pm 0.01$ 秒以内になるように調整しなさい*。調整後の振り子 2 の周期 T_2 を、10 往復にかかる時間を 3 回測定した結果とともに、0.01 秒の桁まで解答用紙に記しなさい。

また、糸の長さ（糸の上部の支点となるクリップの下端からおもりの上部の糸を止めている金具の上端までの長さ） l_2 を 0.1 cm の桁まで記しなさい。

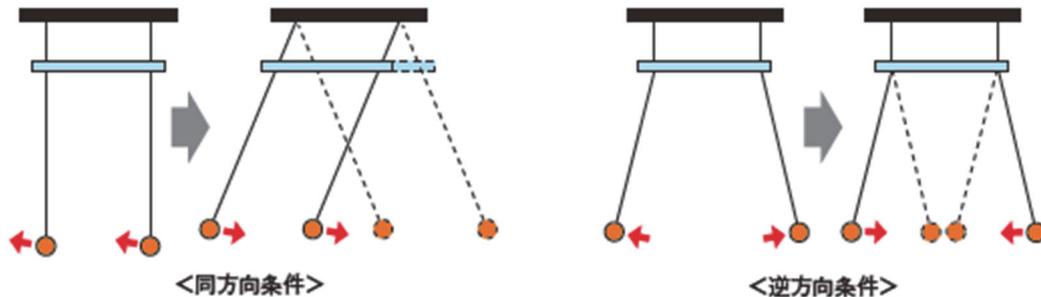
*素早く調整するためのヒント

問 1 (1)で周期が 2.00 秒の振り子の糸の長さを求めています、実際の振り子のおもりは質点ではないので周期が 2.00 秒となる糸の長さは計算で求めた振り子の長さとは異なります。このため問 1 (1)で求めた長さを振り子の長さとして実験しても周期が推定された範囲外になることもあります。そんな時は、問 1 (2)の結果を使って糸の長さを何 cm 変化させればよいのかを考えてください。振り子の糸の長さ調整は、支柱に貼ったメジャーテープの目盛と目印のクリップが役立ちます。

振り子 2 の周期が振り子 1 と同じなら、振り子の糸の長さも同じはずですが、振り子の支点の高さがそろっていないので 2 つの振り子のおもりが床から同じ高さであれば同じ周期になるはずですが。

実験 2 ^{れんせい} 連成振動を調べる

ここから連成振動についての実験となります。【実験 2-1】の観察は、以降の問題に取り組むための大変重要な観察です。＜同方向条件＞、＜逆方向条件＞、＜共振＞、それぞれの現象の周期と振り子の長さに注目して、以降の問題に取り組むことが重要です。



- 手引き p.11 の【実験 2-1】にしたがって、連成振り子の設定と観察を行う。
- 手引き p.12 の【実験 2-2】にしたがって、実験・計測・撮影を行う。

問 3

(1) 【実験 2-2(1), (2)], 【実験 3(1), (2)】

ストローの位置が支点から 10 cm の場合と 20 cm の場合について、＜同方向条件＞と＜逆方向条件＞で測定した振り子 1の振動の周期を、10 往復にかかる時間を 3 回測定した結果とともに、0.01 秒の桁まで解答用紙に記しなさい。

注意 ストローの位置を 20 cm にかえるのは、＜共振＞の動画を撮影（【実験 2-2(3)】）してから行うこと。

- (2) (1)の＜同方向条件＞と＜逆方向条件＞それぞれの実験結果の周期が、連成していない普通の振り子の周期であると仮定した場合の糸の長さ $l_{同}$ と $l_{逆}$ を計算で求め、0.1 cm の桁まで解答用紙に記しなさい。ただし、ここでの糸の長さの値は、次のように求めなさい。

糸の長さ = (問 3(1)の結果からおもりを質点として計算で求めた

$$- \left\{ \begin{array}{l} \text{「連成していない普通の振り子と仮定」した場合の振り子の長さ} \\ \text{— (問 1 でおもりを質点として計算で求めた振り子の長さ)} \\ \text{— (問 2 で実測した糸の長さ)} \end{array} \right\}$$

【解説】

＜共振＞で振り子 1 と振り子 2 の振れ幅が交互に入れ替わる現象は、うなりと同じような現象と考えることができます。

1 つの振り子の運動に着目すると、一定の周期で振幅が大きくなったり小さくなったりしています。これは、音が周期的に変化するうなりと同じ理由で生じています。

1 秒間のうなりの回数 N と、うなりのもととなる 2 つの振動数 f_1 と f_2 との間に

$$N = |f_1 - f_2|$$

という関係式が成立します。

また、うなりで生じている振動の周波数は、 f_1 でも f_2 でもなく、 $\frac{f_1 + f_2}{2}$ であることが知られています。

振り子の振動は、振動数が音に比べてはるかに低いので、振れ幅の変化はゆっくりですが、うなりと同じように、振動数が異なる 2 つの振動の重ね合わせで生じています。

問 4

手引き p.14 の【実験 3(3)】で撮影した、ストローの位置が支点から 20 cm の<共振>の動画について、手引き p.15 《タブレットを用いた動画の解析》(1)①～⑧を参考に
して以下の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 撮影開始後に振り子 1 が最初に支点の直下(位置 $x=0$) を通った時刻から 2 秒間に
わたりおおむね 0.1 秒毎に、振り子 1 の水平方向の位置 x を 0.1 cm の桁まで読み取
り、解答用紙の記録シートに記しなさい。ただし、時刻 t は、タブレットの再生経過
時間とする。

また、記録シートをもとにグラフ用紙に $x-t$ グラフを描きなさい。

(2) 2 秒経過以降は、振り子 1 の振れ幅が最小(おおむね 0) になってから、次に振れ
幅が最小になる時間まで、振り子 1 の振動の折り返し点(おもりが止まり、運動の向
きを変える点)の時刻 t とそのときの位置 x について、 t は 0.1 秒、 x は 0.1 cm の桁
まで読み取り、解答用紙の記録シートに記すとともに、(1)のグラフに続けて描きな
さい。また、振れ幅の変化の概形を描きなさい。

(3) 振り子 1 の振れ幅が最小となる周期(振れ幅の変化の周期) t_{1-20} と、振り子 1 の振
れ幅が最大となる付近での振動の周期 T_{1-20} を計測し、0.01 秒の桁まで解答用紙の表
にまとめなさい。

手引き p.13 の【実験 2-2(3)】で撮影した、ストローの位置が支点から 10 cm のと
きの<共振>の動画について、タブレット(再生アプリ)を利用して次の(4)に答えな
さい。

(4) 前の(3)と同様に、振り子 1 の振れ幅が最小となる周期(振れ幅の変化の周期) t_{1-10}
と、振り子 1 の振れ幅が最大となる付近での振動の周期 T_{1-10} を計測し、0.01 秒の桁
まで解答用紙の表にまとめなさい。

問 5

＜共振＞現象やうなりは、問 3 の後の【解説】に記したように、2 つの同程度の周期の波の重ね合わせとして扱うことができる。以下の(1)(2)に答えなさい。

- (1) ストローの位置が支点から **10 cm, 20 cm のそれぞれの場合について**、「うなり」現象を引き起こしている 2 つの波の周期 T_{s1} , T_{s2} を問 4 (3)(4)の結果を用いて算出し、0.01 秒の桁まで解答用紙の表にまとめなさい。ただし、 $T_{s1} < T_{s2}$ とする。

- (2) ここまでの実験結果をまとめて比較し、問 3 で行った＜同方向条件＞と＜逆方向条件＞の 2 つの動きの観察および計測と、問 5 (1)で考えた振り子 1 の振れ幅の変化（うなり）を引き起こしている 2 つの波の関係について検討し、これら 2 つの動きが振り子の共振現象のもとであるかどうかを考察しなさい。

問 6

手引き p.16 の【実験 4】斜め 45° 方向の運動の観察を行い、2 つの振り子の運動の様子をいろいろな方向から観察し、以下の問いに答えなさい。

- (1) 観察した振り子 1 および振り子 2 の運動の様子を説明しなさい。

- (2) (1)で観察した連成振り子の運動は、どのような振り子の振動の重ね合わせとして説明できるか。ストローに平行な方向の運動とストローに垂直な方向の運動に分けて考察しなさい。これまでの実験を踏まえ、必要があれば実験・観察を追加して答えなさい。