第11回
科学の甲子園 全国大会

筆記競技

解答例と解説

（解答例）

問１

水平方向には力がはたらかず，運動方程式は

$$ma_x = 0$$

鉛直方向には重力のみはたらくから，運動方程式は

$$ma_y = -mg$$

水平方向の運動方程式：$ma_x = 0$

鉛直方向の運動方程式：$ma_y = -mg$

問２

計算式

水平方向は等速運動であるから

$$v_0 \cos\theta \cdot \tau = L$$

より，

$$\tau = \frac{L}{v_0 \cos\theta}$$

答　$\tau = \dfrac{L}{v_0 \cos\theta}$

問３

計算式

水平方向は加速度０であるから，速度は常に

$$v_x = v_0 \cos\theta$$

鉛直方向の速度は

$$v_y = v_0 \sin\theta - gt$$

したがって，時刻 τ での速度は

$$v_y = v_0 \sin\theta - \frac{gL}{v_0 \cos\theta}$$

水平方向の速度：$v_x = v_0 \cos\theta$

鉛直方向の速度：$v_y = v_0 \sin\theta - \dfrac{gL}{v_0 \cos\theta}$

問４

計算式

$$
\begin{aligned}
v &= \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2} \\
&= \sqrt{(v_0 \cos\theta)^2 + \left(v_0 \sin\theta - \frac{gL}{v_0 \cos\theta}\right)^2} \\
&= \sqrt{v_0{}^2 - 2gL\tan\theta + \left(\frac{gL}{v_0\cos\theta}\right)^2}
\end{aligned}
$$

答　$v = \sqrt{v_0{}^2 - 2gL\tan\theta + \left(\frac{gL}{v_0\cos\theta}\right)^2}$

問５

計算式

問４の結果より

$$v^2 = v_0{}^2 - 2gL\tan\theta + \left(\frac{gL}{v_0\cos\theta}\right)^2 = v_0{}^2 - 2g\left\{L\tan\theta - \frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos\theta}\right)^2\right\}$$

したがって，エネルギー保存則は

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0{}^2 - mg\left\{L\tan\theta - \frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos\theta}\right)^2\right\}$$

となり，矢の高さの変化は $L\tan\theta - \frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos\theta}\right)^2$ であることがわかる。

すなわち，矢が的に当たるときの高さは

$$h + L\tan\theta - \frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos\theta}\right)^2$$

となる。

答　$h + L\tan\theta - \frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos\theta}\right)^2$

問６

計算式

時刻τにおける的の位置は

$$l+s(\tau)$$

的の半径はrであるから，矢が的に当たる条件は

$$l-r+s(\tau)\leqq h+L\tan\theta-\frac{1}{2}g\tau^2\leqq l+r+s(\tau)$$

$$\left|h-l-s(\tau)+L\tan\theta-\frac{1}{2}g\tau^2\right|\frac{1}{r}\leqq 1$$

すなわち，$f(\theta)=\dfrac{1}{r}\left\{h-l-s(\tau)+L\tan\theta-\dfrac{1}{2}g\tau^2\right\}$

$$=\frac{1}{r}\left\{h-l-s\left(\frac{L}{v_0\cos\theta}\right)+L\tan\theta-\frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos\theta}\right)^2\right\}$$

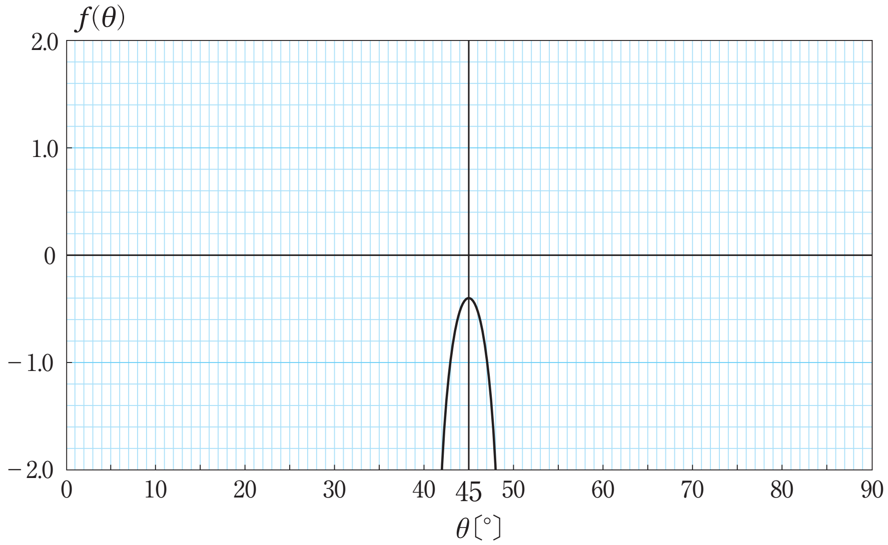
答　$f(\theta)=\dfrac{1}{r}\left\{h-l-s\left(\dfrac{L}{v_0\cos\theta}\right)+L\tan\theta-\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{L}{v_0\cos\theta}\right)^2\right\}$

問７

$s(t)=0$であるから

$$f(\theta)=\frac{1}{r}\left\{h-l+L\tan\theta-\frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos\theta}\right)^2\right\}$$

として，与えられたパラメータを代入し，色々なθの値に対して三角関数表から$\cos\theta$と$\tan\theta$の値を求めて，$f(\theta)$を計算すると，$f(\theta)$のグラフは以下の曲線のようになる。



問８

三角関数表を用いて 0.5 度ずつ $f(\theta)$ を計算すると

$$(43.0,\ -1.2057),\ (43.5,\ -0.8693)$$

$$(46.5,\ -0.7300),\ (47.0,\ -1.1127)$$

を得る。

それぞれ直線近似により $f(\theta)=-1$ となる角度 θ を求めると,

$|f(\theta)| \leqq 1$ を満たす角度の範囲は，およそ

$$43.3^\circ \leqq \theta \leqq 46.9^\circ$$

の範囲となる。

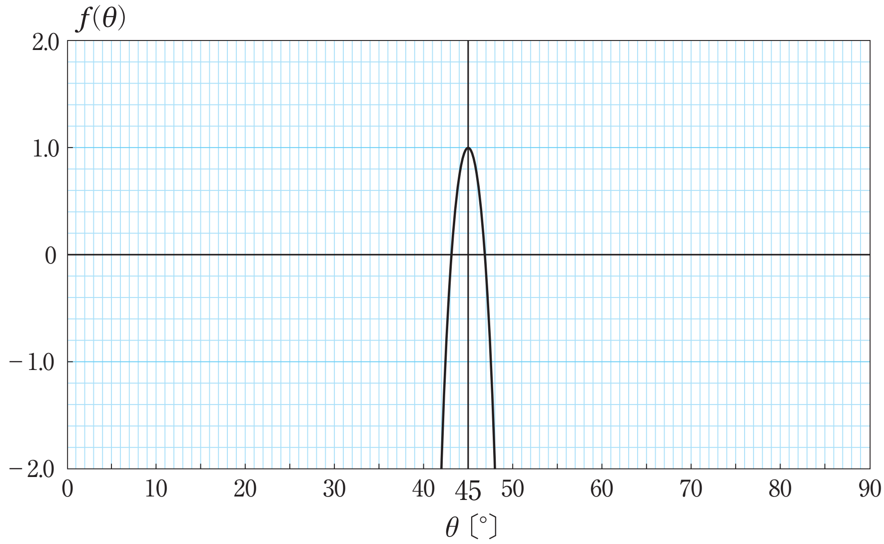
答　$43.3^\circ \leqq \theta \leqq 46.9^\circ$

問９

（1） $f(\theta)$は**問７**のような状況で，$\theta=45^\circ$のとき，最大値-0.406をとる。

より広い角度で$-1\leqq f(\theta)\leqq 1$となるようにすれば，的に当てるのは容易になる。

$f(\theta)$の最大値が１を超えると，的に当たる角度は45°より大きい領域と小さい領域に２分され，その傾きが大きいため，的に当たる角度の範囲は狭くなる。したがって，最も広い角度範囲で的に当たるのは



のような状況である。

矢を射る時刻をt_0とすると，

$$f(45^\circ)=\frac{1}{r}\left\{h-l-s\left(t_0+\frac{L}{v_0\cos 45^\circ}\right)+L\tan 45^\circ-\frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos 45^\circ}\right)^2\right\}=1$$

となる場合である。

（2） (1)の条件を$s\left(t_0+\dfrac{L}{v_0\cos 45^\circ}\right)$について解くと

$$s\left(t_0+\frac{L}{v_0\cos 45^\circ}\right)=-r(1+0.406)=-0.3515$$

を得る。

（3） $\dfrac{L}{v_0\cos 45^\circ}=4.031$であるから，グラフの中でこの時刻以降でなければならない。例えば，最も早く条件を満たすのは，(5.39, -0.315618), (5.40, -0.36337)である。

よって，

$$t_0+\frac{L}{v_0\cos 45^\circ}=5.3975 \qquad \text{より}$$

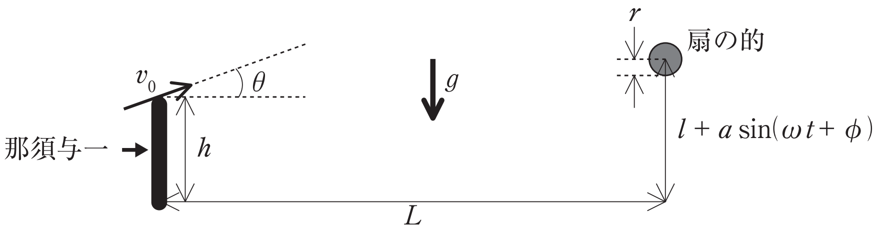
$$t_0=1.367\ \mathrm{s}$$

に，矢を放てば広い角度の範囲で的に当たる。

（解説）

この問題は**問５**まではよくある斜め投射，いわゆるモンキーハンティングと呼ばれる問題にほかならない。

問９では扇の的は不規則に動いているが，射手から水平方向に L 離れたところで高さ l のところを中心に $a\ \sin(\omega t+\phi)$ のように周期的に振動しているものとして，初速を変化させることも含めて考えてみよう。



時刻 τ における的の位置は

$$l+a\ \sin(\omega\tau+\phi)$$

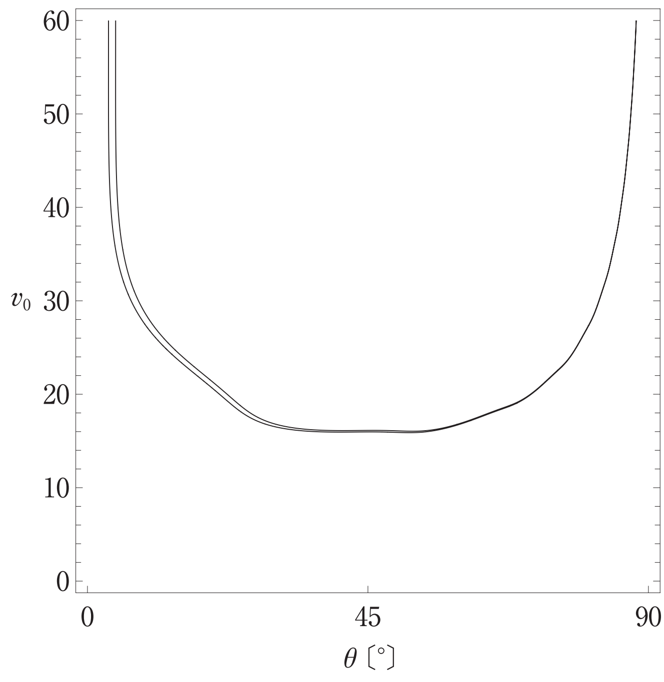
的の半径は r であるから，矢が的に当たる条件は

$$l-r+a\ \sin(\omega\tau+\phi) \leqq h+L\ \tan\ \theta-\frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos\ \theta}\right)^2 \leqq l+r+a\ \sin(\omega\tau+\phi)$$

$$\left|\ h-l-a\ \sin\left(\omega\frac{L}{v_0\cos\ \theta}+\phi\right)+L\ \tan\ \theta-\frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos\ \theta}\right)^2\ \right| \leqq r$$

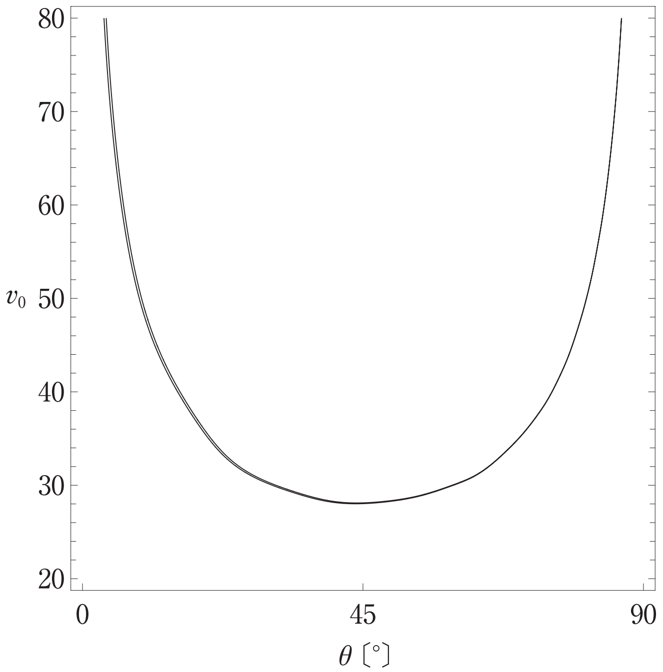
となる。

打ち出し角度 θ だけでなく，この問題では考えていない初速 v_0 も変化させた場合，$h=1.5$ m，$l=2.0$ m，$a=0.75$ m，$\phi=0$，$\omega=2\pi$ s^{-1}，$L=80.0$ m，$g=9.8$ m/s^2，$r=25.0$ cm とすると，条件を満たす領域は下図の２つの曲線で挟まれる領域である。



領域は非常に狭く，たとえ，初期速度を変化させたとしても的に当てることは非常に難しいことがわかる。速度が速い場合には，より水平に近く射るか，垂直に近く射り上げても矢が的に当たることがわかる。角度範囲としては的に当たる最小の初期速度より少し速い場合の方が広い角度範囲で当てることができることがわかる。しかし，グラフを拡大すると，同じ速度で射る場合，$\theta<45^\circ$ の当たる角度の幅の方が広いことが確認できる。

問7の $s(t)$ の場合，



のようになり，波の様子に大きく影響は受けない。

問9は未来の波の時間変化までわかっていて，いつ射れば当たり易かったかという問題だが，実際には，矢が的に到達する時間，その時刻での波の高さを予測して当たる条件を満たす，初速，角度で射なければならないので非常に難しいことが理解できる。

（解答例）

問１

ウ，オ

問２

0 V

問３

0 V

問４

式・考え方

図の左２つの合成抵抗は 4 kΩ

図の右３つの合成抵抗は 4 kΩ

つまり，スイッチ S_2 の上にある抵抗を通った 1.00 mA の電流は半分ずつに分かれる。

よって，図の最も左の抵抗を通る電流は下向きに 0.500 mA だから，この抵抗における電圧は，

$$0.500\ \mathrm{mA} \times 3\ \mathrm{k\Omega} = 1.50\ \mathrm{V}$$

このときのスイッチ S_1 の電圧は 0 V だから，求める電位 V_{out} は 1.50 V

答　1.50 V

問５　(1)

「1」に接続したスイッチ　（　S_1　・　S_3　）　※どちらかに○
式・考え方 （選択したスイッチによらず）合成抵抗は 6 kΩとなる。 よって，選択したスイッチを流れる電流 I は $I = 6.00\ \mathrm{V} \div 6\ \mathrm{k\Omega} = 1.00\ \mathrm{mA}$ 答　1.00 mA

問５　(2)

式・考え方

(1)より，選択したスイッチを流れる電流は 1.00 mA なので，

＜S_1 に○を記した場合＞

3 kΩの抵抗に加わる電圧は

$3\ \mathrm{k\Omega} \times 1.00\ \mathrm{mA} = 3.00\ \mathrm{V}$

電池の電圧は 6.00 V なので，

求める電圧 V_{out} は

$6.00\ \mathrm{V} - 3.00\ \mathrm{V} = 3.00\ \mathrm{V}$

＜S_3 に○を記した場合＞

S_3 の左側にある抵抗の合成抵抗は 4 kΩ

S_3 の右側にある抵抗の合成抵抗も 4 kΩ

よって，2 kΩに流れる電流は半分の 0.500 mA

同様に 1 kΩ，3 kΩに流れる電流はさらに半分の

0.250 mA となる。ゆえに，求める V_{out} は

$3\ \mathrm{k\Omega} \times 0.250\ \mathrm{mA} = 0.750\ \mathrm{V}$

答　S_1 の場合 3.00 V　／　S_3 の場合 0.750 V

問６

ア

問7

「1」に接続したスイッチ　（　S_1　・　S_3　）	※**問5**と同じものに○

式・考え方

＜S_1 に○を記した場合＞

図1～3より，**図4**の左から3つの抵抗は2 kΩの合成抵抗とみなせる。

回路全体の合成抵抗は6 kΩなので，電池2つを通る電流の合計は

$6.00\ \mathrm{V} \div 6\ \mathrm{k\Omega} = 1.00\ \mathrm{mA}$

よって電池1つに0.500 mA流れる。

ゆえに，求める V_{out} は

$6.00\ \mathrm{V} - 3\ \mathrm{k\Omega} \times 0.500\ \mathrm{mA} = 4.50\ \mathrm{V}$

＜S_3 に○を記した場合＞

回路の対称性から，2 kΩの抵抗には電流が流れないので，S_2 より右側の回路は考えずに求める。**図4**の左から3つの抵抗は直列接続ゆえ，合成抵抗は8 kΩ。

よって電池1つを通る電流は

$6.00\ \mathrm{V} \div 8\ \mathrm{k\Omega} = 0.750\ \mathrm{mA}$

ゆえに，求める V_{out} は

$3\ \mathrm{k\Omega} \times 0.750\ \mathrm{mA} = 2.25\ \mathrm{V}$

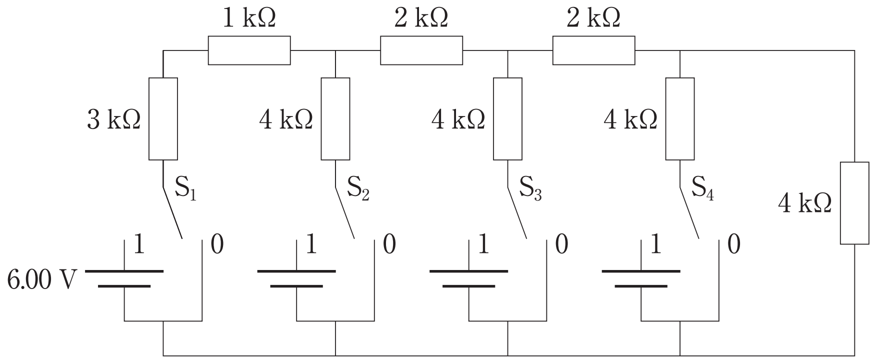
答　S_1 の場合 4.50 V　／　S_3 の場合 2.25 V

問8

5.25 V

問9

回路図



問 10

1001

問 11

「1」に接続するスイッチの上につながっている 4 kΩを除いた合成抵抗は，スイッチ番号によらず，2 kΩとなり，回路全体の合成抵抗はつねに 6 kΩ。

よって，選択したスイッチを流れる電流は同じ値となる。

問 12

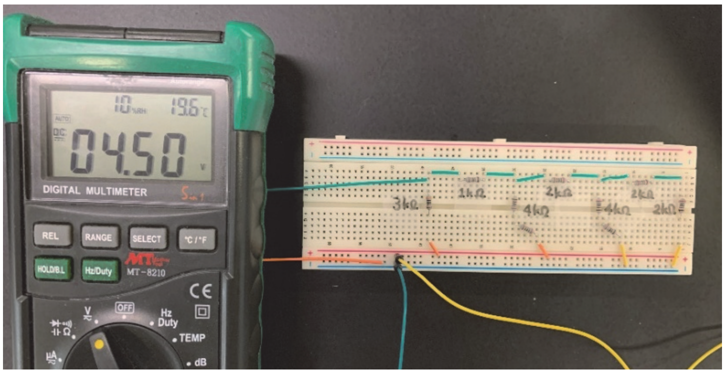
高いビット数になればなるほど，それに対応するスイッチの操作によって変化する電圧 V_{out} の値が小さくなっていき，電圧測定の精度の限界に達すると，その変化が正しく読み取れなくなってしまう。

（解説）

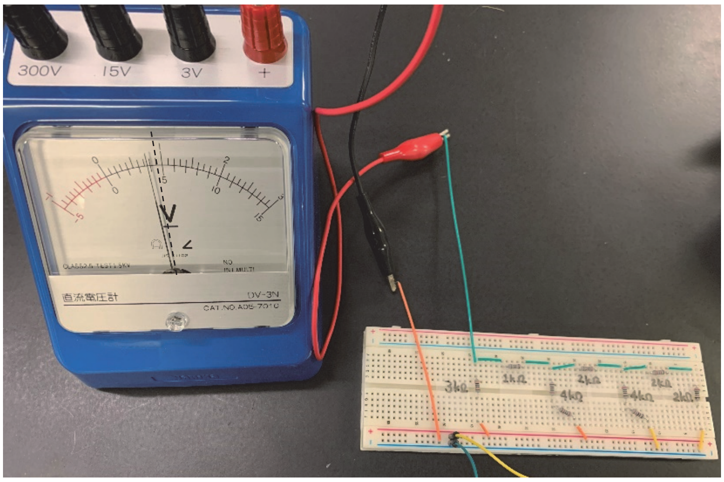
電圧計

問題では深く扱いませんでしたが、実はこのデジタルテスターと直流電圧計、どちらも電圧を測る道具ではあるものの、実際に測定に用いてみると、示される値が異なる場合があるのです。百聞は一見に如かず、やってみましょう。

問題で扱った回路を実際に組んで、測定してみます。まずは、S1 と S2 を「1」にしたとき。右の写真の様にデジタルテスターを用いて測定すると、問題の解答通り、4.50 V を示します。



一方、皆さんがよく学校で見かけるであろう「直流電圧計」を用いて、同様に測定してみます(15V と書かれた端子を使用)。すると、右の写真の様に 4.50 V（破線を加筆）よりも小さい値を示すことがわかります。



これはどうしてでしょうか？実はこの電圧計、測定するときにまったく電流が流れないというわけではなくて、少し流れてしまいます。測定器自身が新たな「抵抗」として、回路に組み込まれる形になるわけです。このときの「抵抗」(内部抵抗といいます）が、扱っている回路よりも十分大きい抵抗値ならば、回路に与える影響は無視できるものとして測定できるのですが、そうでない場合は、正しい値からずれた値を示してしまいます。

上図の 15V と書かれた端子を使った場合、この直流電圧計の内部抵抗は 10 kΩなので、回路の抵抗値よりは大きいものの、無視できるほど大きい値とまではいえず、結果として測定値は理論値とは少し違う値になってしまっています。そこで実際に、直流電圧計の抵抗値を含めてあらためて回路の計算をし直すと、該当部分の電圧値はおよそ 3.9 V 程度と求まり、これは実験結果とよく合っています。

さて、デジタルテスターを用いた場合は、なぜ理論値に近い測定値を示すことができたのでしょうか。それは、デジタルテスターの内部抵抗が、直流電圧計のそれよりも大きいからと考えられそうです。

電圧を測定するときには、どのような回路を調べたいのか、抵抗値はどのくらいなのかなど、条件をよく考えて測定器を用いることが大事になってきます。

なお、そのようなことまで注意深く考えると、本問の問１の答えとしては「ウ」が適切なのですが、そこまでは考えずに「ウ・オ」と解答したものについても正答としています。

D-A コンバータ

ディジタル信号をアナログ信号に変換する回路あるいはICを「D-A コンバータ」といいます。一般には「DAC（ダック）」と呼ばれます。実はこのDAC，みなさんの身近な物の中に使われています。

例えば，オーディオCDプレーヤー。内蔵されたDACが，ディスク面から読み取ったディジタルデータからアナログ信号に変換してくれるおかげで，私たちはスピーカーなどから音として聴くことができる，というわけです。

オーディオCDプレーヤーというものがやや時代遅れ（？）ということであれば，最近では，iPhoneなどのスマートフォンで音楽を聴くときのことを考えてみましょう。スマートフォンの内蔵メモリ等に記録された音楽データ（digital）を，イヤホンから出る音（analog）に変換する必要がありますね（iPhoneはイヤホンジャックが撤廃されてから久しいですが，Lightningコネクタからイヤホンジャックに変換するケーブル［下図］が製造されています。ここにもDACが内蔵されていたりします。「Lightning DAC」などで検索してみてください）。

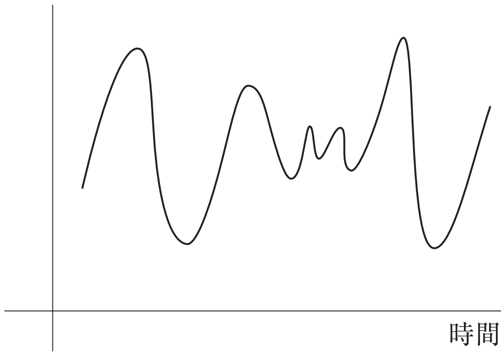
そもそも，「ディジタル（digital）」と「アナログ（analog）」とは何なのでしょうか？何が違うのでしょうか？

例えば，太郎くんが花子さんに「ヤッホー」と言ったとして，そしてこのときの太郎くんの声帯の振動を波形で表したとき，次ページの図のようになったとします（もちろん本当はこんな波形ではないですが）。この波形を，時間的（横方向）にあるいは量的（縦方向）に拡大していっても，線は滑らかであり続けるはずです。このような「連続的」な情報を「アナログ情報」と言います。

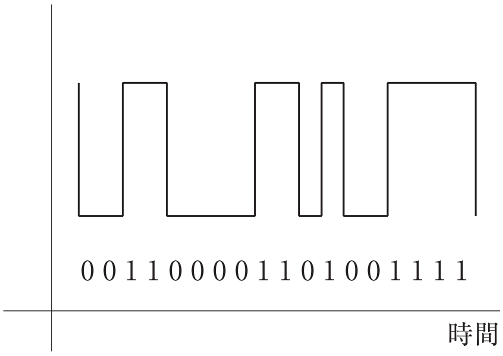
このように聞くと，アナログ情報は時間的にも量的にも多くの情報を含んでいて，ディジタル情報の出る幕なんてないのではないか，と思うかもしれません。

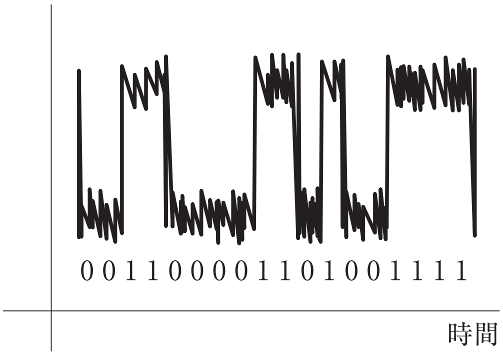
そこで，花子さんがこの「ヤッホー」を聞く，ということを考えてみましょう。例えば，花子さんの鼓膜の振動は，太郎くんの声帯の振動とまったく同じものになるでしょうか？さらにもう少し大げさな例を考えてみましょう。太郎くんが山に向かって「ヤッホー」と言ったとします。このとき，やまびこではね返ってくる音は完全に同じになるでしょうか？　答

えは，聞けばわかるように明らかに「No」ですね。つまり，アナログ情報には「伝送」の問題があるのです。アナログ情報である音波が，空間を伝わっている間に変化していってしまうように，「そのもの」を「そのまま」伝えるのが困難なのです。数値で表現しようとすれば無限の精度が必要になってしまうなかなか厄介なものだともいえ，その語源も類似（analogy）だとされています。



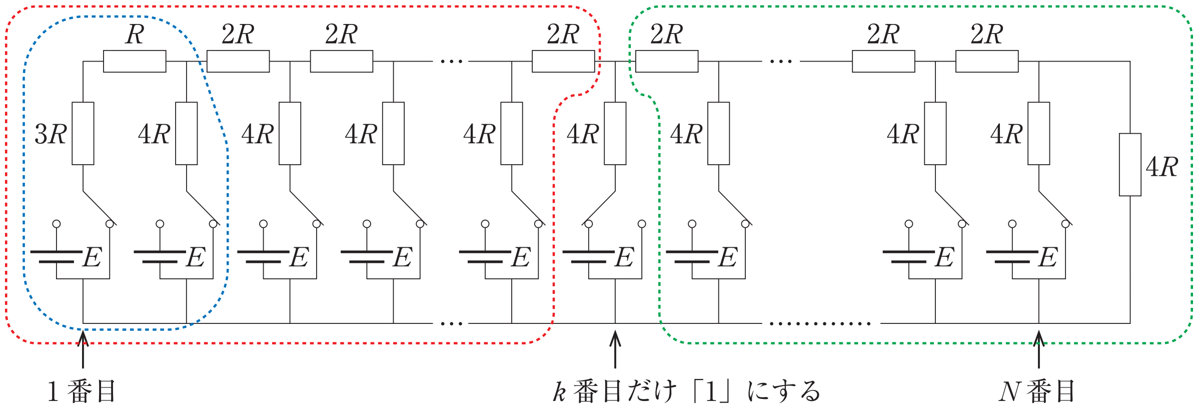
一方，ディジタル量は，離散量とも表現され，指（digitus）が語源とされています。先ほどのアナログ情報とは違い，時間的にも量的にも段階的に区切られ，「0」「1」の情報になっています。このような方式にするメリットの１つは，伝送による劣化が防止できるということです。下図のように，もともとの信号（左図）が右図のように変化しても，情報が離散的なものであるため，ある程度のノイズでは劣化しません。これは，ディジタルの大きなメリットで，そこにはアナログ情報をディジタルに変換する価値があるというわけです。先ほどの「音」の話でいえば，実際の音波の情報をディジタルに変換するのが「AD コンバータ」で，伝送後，実際のアナログな音波に変換するのが「DA コンバータ」ということになります。





ここまでの話だと，「情報」の授業のようで，「物理」ではないのではないか，と感じる人もいるかもしれません。ただ，これまで議論してきたディジタルとアナログの変換のしくみは，まさに物理的な現象を利用したものです。

今回，問題で扱った回路は，「R-2R ラダー」と呼ばれる DAC の基本回路の１つに基づいたものでした。以下，この回路を理論的に検討してみましょう。少し難しいですが，ちゃんと追っていって理解できると，この回路がとてもよくできていることに気づくでしょう。



k 番目だけ「1」で他が「0」のときを考えます（$k \geqq 2$）。

1〜$k-1$ 番目の赤線部分の合成抵抗は，左側から順に合成していくと，かんたんに求まります。

青線部分の抵抗を合成すると

$$\frac{1}{R'}=\frac{1}{4R}+\frac{1}{4R} \quad \text{より} \quad R'=2R$$

とわかります。すると，次の右にある $2R$ の抵抗と直列につながっているので合成すると，

$$R'+2R=4R$$

さらに，並列につながれた $4R$ の抵抗を合成すると，青線部分の考え方と同様で，やはり

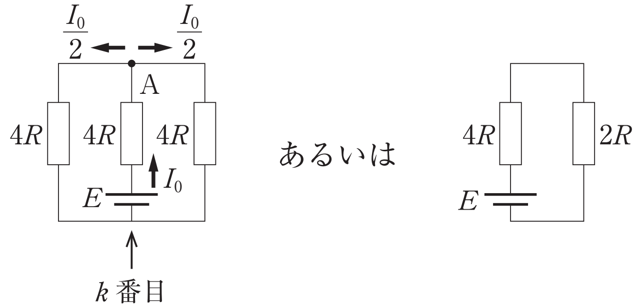
$$2R$$

となります。これを繰り返していくと，赤線部分は，最後に直列につながった $2R$ の抵抗を合成して

$$2R+2R=4R$$

と求まります。緑線部分で示された，k〜N 番目も同様で $4R$ となります。

つまり，k 番目のみが「1」で，他が「0」のときは下図のような回路と等価です。



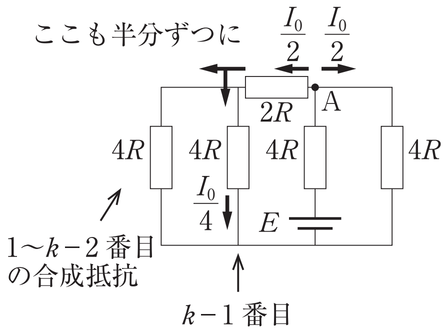
よって，1つだけ「1」になっている k 番目のスイッチを通る電流 I_0 は

$$I_0=\frac{E}{6R}$$

とわかります。これは，任意の k（$k \geqq 2$）で成立します。

また上図の点 A から左右に分かれる電流は，対称性より半分ずつの $\dfrac{I_0}{2}$ となります。

さらに，左上図の左側の $4R$ の抵抗は，$k-1$ 番目と，1〜$k-2$ 番目の合成部分などに分けることができて，



$k-1$ 番目のスイッチにはさらにその半分の $\dfrac{I_0}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{I_0}{4}$ が流れることになります。

これを1番目のところまで順番に繰り返していくと，1番目のスイッチに流れる電流の大きさ $|I_1{}^{(k)}|$ はそれまで $k-2$ 回，半分ずつに分かれていくので，$k\geqq2$ に対して，

$$|I_1{}^{(k)}|=\frac{I_0}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{k-2}=\frac{I_0}{2^{k-1}}$$

となります。よって，今回の問題の $V_{\mathrm{out}}{}^{(k)}$ はこのとき，

$$V_{\mathrm{out}}{}^{(k)}=3R\cdot\frac{I_0}{2^{k-1}}=3R\cdot\frac{E}{6R}\left(\frac{1}{2^{k-1}}\right)=\frac{1}{2^k}E\quad(k\geqq2)$$

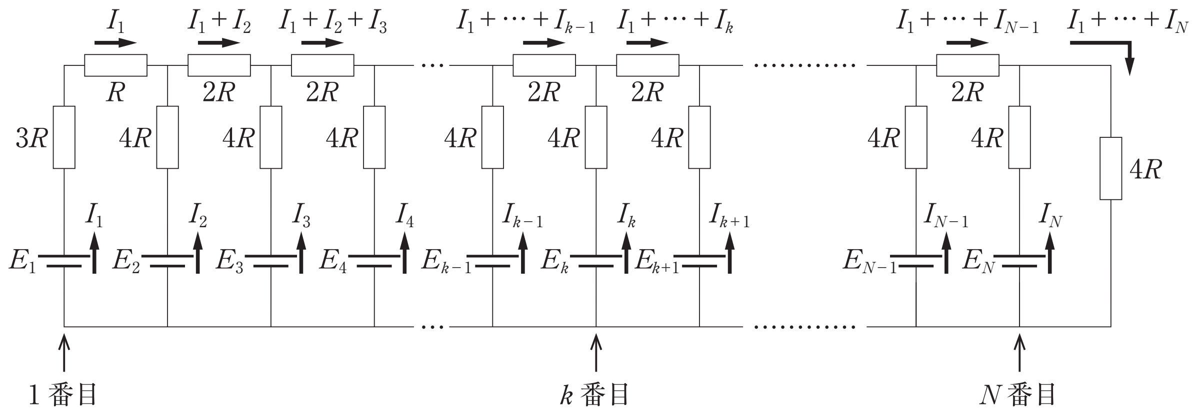
と求まります。また，$k=1$ のときも計算すると，$|I_1{}^{(1)}|=\dfrac{E}{6R}(=I_0)$ となり（ただし向きは逆になることに注意）$V_{\mathrm{out}}{}^{(1)}=E-3R|I_1{}^{(1)}|=\dfrac{E}{2}$ と求まります。よって，すべての k について，

$$V_{\mathrm{out}}{}^{(k)}=\frac{1}{2^k}E$$

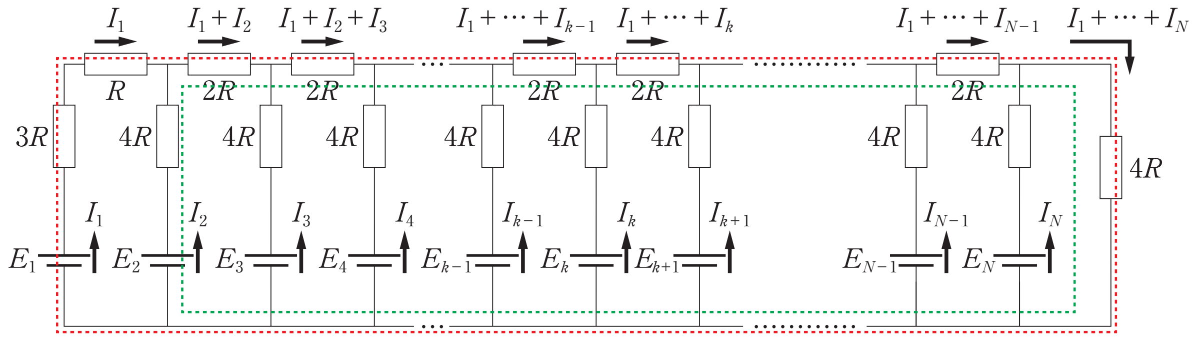
となります。これで，今回の問題の前半部分（スイッチを1つだけ「1」にするとき）について一般的に理解できたことになります。

次に複数のスイッチが「1」のときを考えてみましょう。

次ページの図のように，E_1〜E_N を設定し，そこに流れる電流を I_1〜I_N とします。このとき，E_i を変数だと考えて，i 番目のスイッチが「0」のとき $E_i=0$，「1」のとき $E_i=E$ とすればよい，ということになります。



ここで，下図のように E_1 といちばん右の $4R$ の抵抗を通るループを考えると，



$$E_1=4RI_1+2R(I_1+I_2)+2R(I_1+\cdots+I_3)+\cdots+2R(I_1+\cdots+I_{N-1})+4R(I_1+\cdots+I_N)$$

変形すると

$$E_1=2(N+2)RI_1+2NRI_2+2(N-1)RI_3+\cdots+6RI_{N-1}+4RI_N$$

となります。今度は E_2 とやはりいちばん右の $4R$ の抵抗を通るループを考えると，

$$E_2=4RI_2+2R(I_1+I_2)+2R(I_1+\cdots+I_3)+\cdots+2R(I_1+\cdots+I_{N-1})+4R(I_1+\cdots+I_N)$$

変形すると

$$E_2=2NRI_1+2(N+2)RI_2+\cdots\cdots\cdots\cdots+6RI_{N-1}+4RI_N$$

のようになります。I_1～I_N の係数を考えるのは大変なので，

$$\begin{cases} E_1=R_{11}I_1+R_{12}I_2+\cdots+R_{1N}I_N \quad (R_{11}=2(N+2)R,\ \text{など}) \\ E_2=R_{21}I_1+R_{22}I_2+\cdots+R_{2N}I_N \end{cases}$$

と表してしまいましょう。さらに，このループを考える同様の操作を N 回行うと，

$$\begin{cases} E_1=R_{11}I_1+R_{12}I_2+\cdots+R_{1N}I_N \\ E_2=R_{21}I_1+R_{22}I_2+\cdots+R_{2N}I_N \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ E_N=R_{N1}I_1+R_{N2}I_2+\cdots+R_{NN}I_N \end{cases}$$

のように，N 個の式が立てられるはずです。この N 個の式を 1 つのシンプルな表式にする方法があります。以下のように表してみましょう（ちょっと「ルール」を考えてみてください）。

$$\underbrace{\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_N \end{pmatrix}}_{\substack{\vec{E} \\ (N\text{次元ベクトル})}} = \underbrace{\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1N} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{N1} & R_{N2} & & R_{NN} \end{pmatrix}}_{R} \underbrace{\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix}}_{\substack{\vec{I} \\ (N\text{次元ベクトル})}}$$

これらを $\vec{E}=R\vec{I}$ と表すこともできます。

いま，スイッチをどのようにしたかは明らかではないので，

$$\left(\text{つまり}\ \vec{E}=\begin{pmatrix} 0 \\ E \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \text{なのか}\ \vec{E}=\begin{pmatrix} E \\ E \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \text{なのかなどは不明なので} \right)$$

電流もいくらかはわかりません。

逆にいえば，$\vec{E}$ が決まれば $\vec{I}$ が決まるはずです。

しかも，ここで注目すべきは，スイッチの入れ方によらず，R（行列といいます）は変わらないことです。

そこで上で求めた，［k 番目だけ「１」にする］ときの $\vec{E}$ を $\vec{E}^{(k)}$，$\vec{I}$ を $\vec{I}^{(k)}$ として表してみましょう。

$$\begin{array}{c} \\ \\ \\ k\text{番目}\rightarrow \\ (k\geqq 2) \\ \\ \\ \end{array} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ E \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1N} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ R_{k1} & R_{k2} & \cdots & R_{kN} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ R_{N1} & R_{N2} & & R_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I_1{}^{(k)}} \\ I_2{}^{(k)} \\ \vdots \\ I_k{}^{(k)} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_N{}^{(k)} \end{pmatrix} \quad \cdots ①$$

$\leftarrow -\dfrac{I_0}{2^{k-1}}$（矢印と逆向き）であることは上の議論からわかっています。

（１行で表せば $\vec{E}^{(k)}=R\vec{I}^{(k)}$）

同様に［i 番目だけ「１」にした］ときは

$$
\begin{array}{c}
\\ \\ \\ \\ \\ i\text{番目}\rightarrow \\ (i\geqq 2) \\ \\ \\
\end{array}
\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ E \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1N} \\
R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2N} \\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\
R_{i1} & R_{i2} & \cdots & R_{iN} \\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \ddots & \\
R_{N1} & R_{N2} & & R_{NN}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \underline{I_1{}^{(i)}} \\ I_2{}^{(i)} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ I_i{}^{(i)} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_N{}^{(i)} \end{pmatrix}
\begin{array}{l}
\longleftarrow -\dfrac{I_0}{2^{i-1}} \\ \\ \\ \\ \cdots ② \\ \\ \\ \\ \\
\end{array}
$$

（１行で表せば $\vec{E}^{(i)}=R\vec{I}^{(i)}$）

となるはずです。

では，［k 番目と i 番目を「１」にした］ときはどうなるでしょうか。

実は①と②を辺々足すことでかんたんにわかってしまうのです。そうすると

$$
\begin{array}{c}
\\ \\ \\ k\text{番目}\rightarrow \\ \\ \\ \\ i\text{番目}\rightarrow \\ \\ \\ \\
\end{array}
\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ E \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ E \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1N} \\
R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2N} \\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\
R_{k1} & R_{k2} & \cdots & R_{kN} \\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\
R_{i1} & R_{i2} & \cdots & R_{iN} \\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \ddots & \\
R_{N1} & R_{N2} & & R_{NN}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} I_1{}^{(k)}+I_1{}^{(i)} \\ I_2{}^{(k)}+I_2{}^{(i)} \\ \vdots \\ I_k{}^{(k)}+I_k{}^{(i)} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ I_i{}^{(k)}+I_i{}^{(i)} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_N{}^{(k)}+I_N{}^{(i)} \end{pmatrix}
\begin{array}{l}
\longleftarrow -\left(\dfrac{I_0}{2^{k-1}}+\dfrac{I_0}{2^{i-1}}\right) \\ \\ \\ \\ \\ \cdots ③ \\ \\ \\ \\ \\ \\
\end{array}
$$

となり，それぞれを流れる電流の値は，複数のスイッチが「１」のときを改めて計算しなくても，

［k 番目だけが「１」のとき］と［i 番目だけが「１」のとき］の和

で電流が求まってしまうことがわかります（実際に③式になることを確認してみてください）。

つまり，「重ね合わせ」が成立するわけで，このとき，電流値は $\vec{I}^{(k)}+\vec{I}^{(i)}$ と表せます。３つ以上スイッチが「１」のときも同様にして

$$
\vec{I}=\sum_{i=1}^{N}\delta_i\vec{I}^{(i)} \qquad \text{ただし}\quad \delta_i=\begin{cases} 0 & (i\text{ 番目のスイッチが「０」}) \\ 1 & (i\text{ 番目のスイッチが「１」}) \end{cases}
$$

と表せます（慣れると，行列による表式の方がはるかに理解しやすくなります）。

ここで［k 番目だけが「１」のとき］の，回路図の最も左側 E_1 を流れる電流は，すでに

$$I_1^{(k)}=\begin{cases} I_0=\dfrac{E}{6R} & (k=1) \\ -\dfrac{I_0}{2^{k-1}}=-\dfrac{E}{6R}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{k-1} & (k\geqq 2) \end{cases}$$

と求まっているので，一般に，1 番目のスイッチを通る電流は，$k=1$ のときだけ逆向きであることに注意して

$$I_1=\delta_1\frac{E}{6R}-\sum_{i=2}^{N}\delta_i\frac{E}{6R}\left(\frac{1}{2}\right)^{i-1}$$

とわかります。よって，V_{out} の値は

（i） $E_1=0$ のとき（$\delta_1=0$ のとき）

$$V_{\text{out}}=3R\cdot|I_1|=3R\cdot\sum_{i=2}^{N}\delta_i\frac{E}{6R}\left(\frac{1}{2}\right)^{i-1}=\sum_{i=2}^{N}\delta_i\frac{E}{2^i}$$

（ii） $E_1=E$ のとき（$\delta_1=1$ のとき）

$$\begin{aligned} V_{\text{out}}=E-3RI_1=E-3R&\left\{\frac{E}{6R}-\sum_{i=2}^{N}\delta_i\frac{E}{6R}\left(\frac{1}{2}\right)^{i-1}\right\} \\ &=\frac{E}{2}+\sum_{i=2}^{N}\delta_i\frac{E}{2^i} \\ &=\sum_{i=1}^{N}\delta_i\frac{E}{2^i} \end{aligned}$$

となるので，一般に次のようにシンプルに表せてしまいます。

$$V_{\text{out}}=\sum_{i=1}^{N}\delta_i\left(\frac{E}{2^i}\right)$$

具体的に，５つのスイッチ（5bit）があって，$E=24.00$ V のときを考えてみましょう。

例えば，１番目，３番目，４番目のスイッチを「１」にしたとき，すなわち［10110］のとき，

$$V_{\text{out}}=\frac{24}{2}+\frac{24}{2^3}+\frac{24}{2^4}=12+3+1.5=16.50\ \text{V}$$

となります。これで，24.00 V を 2^5 分割＝32 分割できることになります。

［00000］　0 V

［00001］　0.75 V

［00010］　1.50 V

［00011］　2.25 V

［00100］　3.00 V

［00101］　3.75V

この例だと 0.75 V 刻みですが，スイッチの数を増やせば，より細かく，つまり，よりアナログに近く表現できることになります。

（解答例）

問１

正極：銅　　負極：鉄

問２

ア，エ

問３

計算

$$\frac{0.0193 \times 3600 \times 2}{96500} \times 197 = 0.28368$$

答　2.8×10^{-1} g

問４

２種類の異なる金属が接するとき，その金属間に電位差が生じる。この実験では，真鍮と鉄という２つの金属を使用しており，カエルの足が両方の金属間に入るように接触すると，カエルの足は電解質としてはたらき，電流が流れ痙攣すると考えられる。

問５

金属板の面積を大きくする。
金属板の枚数を増やす。

問６

電解液に硫酸銅(Ⅱ)水溶液を用いることで水素の発生を防いだため。

問７

1.56　V

問８

(A)　$2H^+ + 2e^- \longrightarrow H_2$		
(B)　$Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2e^-$		
(C)　0.00	(D)　−0.76	(E)　0.76

問９

正極の Cu 表面は空気にさらされているので，微量の酸化物（CuO や Cu_2O）が存在すると考えられる。このとき，CuO が還元される反応の標準電極電位は+0.56 V，Cu_2O が還元される反応の標準電極電位は+0.47 V であり，Zn が酸化される反応の標準電極電位との差が約 1.23 ～ 1.32 V になるので，測定開始直後の起電力は 1 V を超える。

問 10

$2HNO_3 + H_2 \longrightarrow 2NO_2 + 2H_2O$

問 11

希硝酸が正極活物質としてはたらいていると考えると，この反応の標準電極電位は表によると＋0.80 V とあるので，負極活物質 Zn の反応の標準電極電位との差は約 1.6 V となり，ダニエル電池よりも大きな起電力が得られる。

問 12

正極：$PbO_2 + 4H^+ + SO_4^{2-} + 2e^- \longrightarrow PbSO_4 + 2H_2O$

負極：$Pb + SO_4^{2-} \longrightarrow PbSO_4 + 2e^-$

問 13

2.05　V

問 14

(F)　黒鉛	(G)　酸化マンガン(Ⅳ) (二酸化マンガン)	(H)　亜鉛

問 15

酸素との反応式
$4Li + O_2 \longrightarrow 2Li_2O$
水蒸気との反応式
$2Li + 2H_2O \longrightarrow 2LiOH + H_2$

問 16

計算

$\dfrac{6.9}{6.9} \times 0.46 = 0.46$〔mol〕なので，流れた電子は 0.46 mol である。この電気量で問題文で与えられた条件による放電可能な時間を X 時間とすると，

$$X \times 60 \times 60 \times 0.6 = 96500 \times 0.46$$

の式が成立するので，この式を解いて，$X = 20.55$ より，2.1×10 時間となる。

答　2.1×10　時間

問 17

計算

鉛蓄電池の負極では，放電時に $Pb + SO_4^{2-} \longrightarrow PbSO_4 + 2e^-$ の反応が起こる。電子 0.46 mol を放出するために必要な Pb の質量は $207 \times 0.46 \times \dfrac{1}{2} = 47.61$ より，4.8×10 g となる。

答　4.8×10　g

問 18

問 16，17 の結果から，同じ電気量を取り出すときに鉛蓄電池に比べてリチウムイオン電池は使用する活物質の質量を格段に小さくできるため，小型の電子機器に搭載するのに適している。

（解説）

問１

イオン化傾向の小さい方が正極，大きい方が負極になるために正極は銅，負極は鉄になる。

問２

電解質とは，水に溶けたときに陽イオンと陰イオンに電離する物質のことである。酒石酸は酒石酸イオンと水素イオンに，塩化物塩は陽イオンと塩化物イオンに電離する。これ以外のエタノール，ショ糖，グリセリンは非電解質であるために，水溶液中では電離しない。

問３

この条件における金をめっきするために起こる反応は，$Au^{+} + e^{-} \longrightarrow Au$と考えることができる。この実験で流れた電気量〔C〕は 0.0193×3600×2 であり，電子の物質量〔mol〕は電気量をファラデー定数で割ったものになる。これに Au の原子量をかけるとめっきされた Au の質量が求められる。

問４

真鍮は銅と亜鉛の合金であり，対極となる鉄とイオン化傾向を比較すると亜鉛は大きく銅は小さいが，真鍮の成分として銅の方が多いこと，また，問題文中の表で示した標準電極電位の差をとると，銅と鉄の方が亜鉛と鉄より大きいことから銅が正極，鉄が負極としてはたらいていると考えられる。なお，実際に真鍮と鉄を用いて電池を作製してみると鉄が負極としてはたらいているのが確認できる。

問５

銅，電解質の染み込んだ布，亜鉛が一つの電池であると考えると，重ねる金属板を増やせば電池を直列で多くつないだことになる。また，他にも電堆を温める，導線を抵抗の少ないものに変えるなどの解答も考えられる。

問６

解答のとおり。

問７

より大きな起電力を得るためには２つの活物質の $E°$ の差がなるべく大きくなるようにすればよいので，正極の Cu を Ag に変えればよい。Ag と Zn の $E°$ を使って，$+0.80\ \mathrm{V} - (-0.76\ \mathrm{V}) = 1.56\ \mathrm{V}$ となる。

問８

(C)〜(E)は本文と表から読み取る。

問９

解答のとおり。

問 10

酸化剤　$HNO_3 + H^+ + e^- \longrightarrow NO_2 + H_2O$

還元剤　$H_2 \longrightarrow 2H^+ + 2e^-$

この２つの反応を組み合わせて化学反応式を作ればよい。

問 11

解答のとおり。

問 12

解答のとおり。

問 13

問 12 の電子を含むイオン反応式の $E°$ の値を表中から探して $+1.70-(-0.35)=2.05$ V の計算を行う。

問 14

現在でも，マンガン乾電池の正極，正極活物質，負極兼負極活物質の構造は変わっていない。

問 15

単体の金属 Li が二次電池に使用できないのはこの反応の際に多量に熱を出し，危険であることが原因の一つである。もう一つの問題は充電時に金属 Li が樹枝状に析出してしまうことである。一次電池であるリチウム電池は充電しないため後者の問題は起きないので，金属 Li が負極として使われている。

問 16

解答のとおり。

問 17

解答のとおり。

問 18

鉛蓄電池を使用すると，正極にも密度の大きい PbO_2 を使用するために，リチウムイオン電池よりも大きく，重くなってしまう。現在，車のバッテリーは大きさや重さがあまり負担にならない鉛蓄電池が主流だが, 今後リチウムイオン電池の安全性, 信頼性, 経済性が上がっていくにつれていずれリチウムイオン電池に置き換わっていくと考えられる。

（解答例）

問１

(c)	(e)	理由：非共有電子対を持っていないため。

問２

アンモニアの窒素原子が，原子価３を超えて結合している。

問３

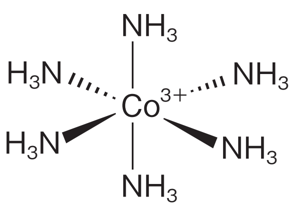
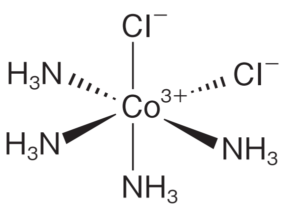
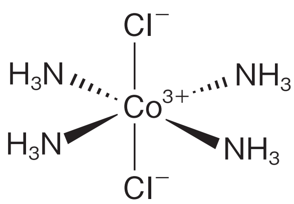
実験２	NH_4Cl	**実験３**	$AgCl$

問４

(a)	$[Co(NH_3)_5(H_2O)]Cl_3 \longrightarrow [Co(NH_3)_5(H_2O)]^{3+} + 3Cl^-$
(b)	$[Co(NH_3)_4Cl_2]Cl \longrightarrow [Co(NH_3)_4Cl_2]^+ + Cl^-$

問５

(c)	3	(d)	3

＜解答例＞	錯体④　シス体	錯体⑤　トランス体
		

問6

過程：

錯体①と③は次のように電離するため，陽イオン交換樹脂を通すとそれぞれ３倍，２倍の物質量の H^+ が流出する。

錯体①：$[Co(NH_3)_6]Cl_3 \longrightarrow [Co(NH_3)_6]^{3+} + 3Cl^-$

錯体③：$[Co(NH_3)_5Cl]Cl_2 \longrightarrow [Co(NH_3)_5Cl]^{2+} + 2Cl^-$

錯体①：分子量：267.4 より流出する H^+ は，

$$\frac{0.274\ \mathrm{g}}{267.4\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}} \times 3 \fallingdotseq 3.07 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol}$$

中和に必要な NaOH は，$\dfrac{3.07 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol}}{0.100\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}} \times 10^3 \fallingdotseq 30.7\ \mathrm{mL}$

錯体③：分子量：250.4 より流出する H^+ は，

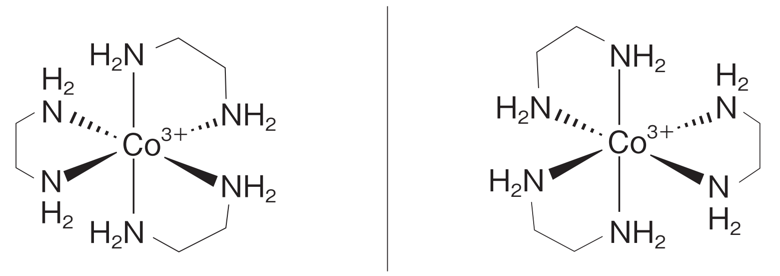
$$\frac{0.274\ \mathrm{g}}{250.4\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}} \times 2 \fallingdotseq 2.19 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol}$$

中和に必要な NaOH は，$\dfrac{2.19 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol}}{0.100\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}} \times 10^3 \fallingdotseq 21.9\ \mathrm{mL}$

したがって，溶かした錯体は③である。

錯体	③

問7



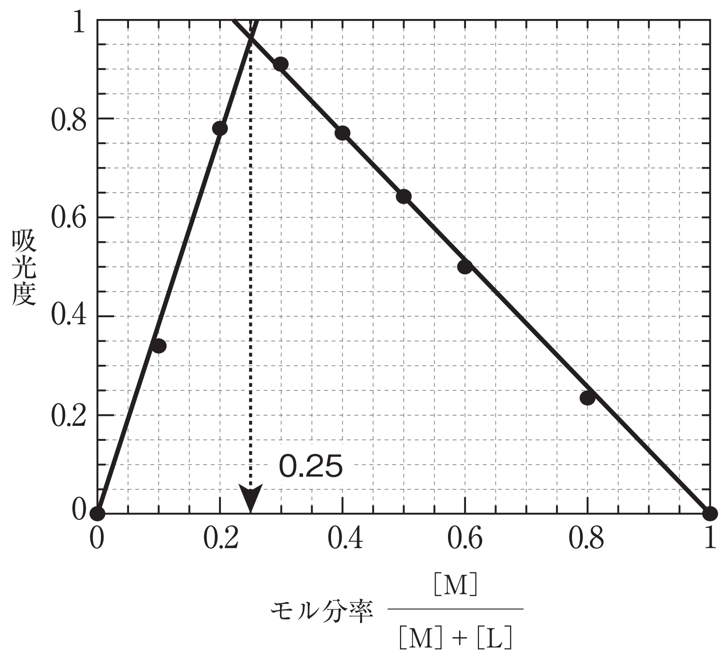
問８

$$K=\frac{[\mathrm{ML}]}{[\mathrm{M}][\mathrm{L}]^{n}}$$

問９

赤色

問 10



最も吸光度が高くなるモル分率：0.25

金属イオンと配位子の比　[M]：[L]＝1：3

（解説）

問１　配位子の非共有電子対が金属イオンに配位結合して錯体を形成するので，非共有電子対を持たないエタンとアンモニウムイオンは配位子にはならない。

問２　解答のとおり。当時は原子価と酸化数の区別がなかったため，この構造は多くの科学者に受け入れられていた。Jørgensen はのちに $IrCl_3 \cdot 3NH_3$ の合成に成功したが，この化合物の溶液は電気伝導度を示さず，また硝酸銀と反応して沈殿を生じなかった。この結果は，自身が提案した鎖状構造が正しくないことを示すものであった。

問３　錯体水溶液は，室温では非常にゆっくりではあるがアンモニアや塩化物イオンが解離することが知られており，煮沸するとこの分解反応がさらに進む。煮沸によりアンモニアは水溶液中から追い出される。**実験１**の塩基性条件下での煮沸により錯体は分解し，(オキシ)水酸化コバルト(Ⅲ)や酸化コバルト(Ⅲ)などの沈殿が生じる。

水溶液中で錯体の構造が保たれている場合，コバルトイオンに配位したアンモニアは塩酸を加えても反応しない。実際これらのコバルト錯体の合成では，塩酸を用いて塩化物イオンを導入したり再結晶させたりできる。

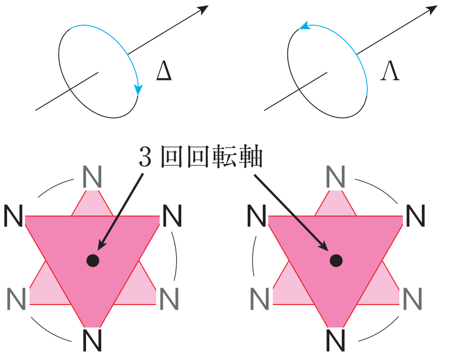
一方，硝酸銀との反応では，錯体水溶液の状態でも対イオンである塩化物イオンは反応して塩化銀を生じる。上述の錯体の分解によって，コバルトイオンに配位していた塩化物イオンも硝酸銀と反応するようになり，塩化銀として沈殿する。

問４　**表１**の硝酸銀と反応した塩化物イオンの数，水溶液中で電離したイオンの数，および六配位構造を考慮すると，(a)では５つのアンモニア分子と１つの水分子が配位した構造，(b)ではアンモニア分子４つすべてと塩化物イオン２つが配位した構造であることがわかる。

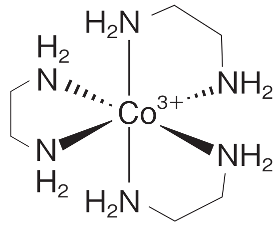
問５　解答のとおり。

問６　解答のとおり。

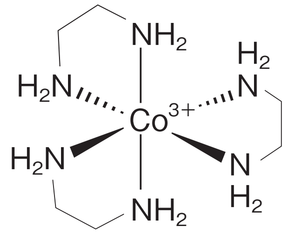
問７　キレート配位子が配位した八面体型錯体は，配位子の配位の仕方の違いで鏡像異性体ができる。これらは，１つの３回回転軸から錯体を見下ろしたときに配位子の並び方が異なっていて，配位子が螺旋の時計回りの回転をして配位している錯体を Δ（デルタ）体，反時計回りの回転をして配位している錯体を Λ（ラムダ）体という。



Δ-$[Co(en)_3]^{3+}$　Λ-$[Co(en)_3]^{3+}$



Δ体



Λ体

問８　解答のとおり。

問９　Fe^{2+}-フェナントロリン錯体の極大吸収波長は 510 nm 付近で，錯体は緑色の光を吸収する。そのため補色である赤色に見える。

問 10　それぞれのモル分率に対応する吸光度をプロットし，0 ～ 0.2，0.3 ～ 1 のそれぞれの範囲で直線を引き，直線の交点から吸光度が最も高くなる点を予測し，モル分率から物質量比を求めることができる。この方法は連続変化法，Job's plot 法として知られ，錯体の形成比率や分子同士の会合比率を求めるために利用されてきた。

（解答例）

問１

(ア)	(イ)	(ウ)
mRNA 前駆体	スプライシング	選択的スプライシング
(エ)	(オ)	(カ)
利根川　進	アーキア	コドン

問２

タンパク質に挿入された，翻訳後に切り離されるアミノ酸配列

問３

フレームシフトにより，本来存在しない場所に終止コドンが生じるため

問４

VIYGDTDSV

問５

インテインが存在したままではウイルスの DNA ポリメラーゼが機能しないと考えられる。そのため，宿主側が，ウイルスのインテインを切り出す酵素を阻害するしくみを編み出せば，それによってウイルスの DNA ポリメラーゼははたらかず，ウイルスが増殖しないと考えられる。

問６

　本来 AAA はリシンを結合させた tRNA のアンチコドンが結合するものであるが，リボソーム・フレームシフトの場合，たとえ１塩基分がマイナス側にずれたとしても，その tRNA がそのまま用いられるため，リシンではなくアスパラギンがそのまま重合されると考えられる。

問７

(エ)

問８

　ウイルスは遺伝子数が生物と比べて少ないことから，なるべく少ない遺伝子で複数のタンパク質を合成するしくみを持っていると考えられる。

（解説）

問１　(ア)〜(ウ)はスプライシングに関する穴埋めである。転写過程で最初に合成されるのは「(ア) mRNA 前駆体」であり，イントロンが取り除かれエキソン同士がつながる反応は「(イ) スプライシング」である。このしくみを利用してタンパク質の多様性を作り出しているのが「(ウ)選択的スプライシング」である。(エ)は，多くの教科書に掲載されている，抗体多様性メカニズムを解明した「利根川進」が入る。(オ)は本筋からは離れるが，生物の３ドメインを理解しているかを問う穴埋めであり,「アーキア」もしくは「古細菌」が入る。(カ)は，mRNA 上にあるものでアミノ酸をコードするものといえば，３塩基の並びである「コドン」である。

問２　インテインが翻訳後に除去されるとあることから，除去されるのは「翻訳前」の DNA もしくは RNA の段階ではなく，「翻訳後」のタンパク質の段階である。このことが理解できれば，インテインがアミノ酸配列であることがわかり，それがタンパク質の一部に存在して(挿入されて)いることもわかる。

問３　通常より短いということは，途中で終止コドンが入ってしまっている，ということであるから，リボソーム・フレームシフトにより途中に終止コドンが出現することが理解できていれば，解答できる問題である。

問４　とりわけ重要であるということは，５つのどのアミノ酸配列にも共通して存在するアミノ酸配列である，ということである。このことが推測できれば，「VIYGDTDSV」を導き出すことができる。

問５　インテインがウイルスの DNA ポリメラーゼに存在する生物学的意義については現在も研究途上であり，確定的な説はまだないが，下線部(c)の考え方以外にも考えられる説はある。ひとつの仮説として，ウイルス粒子内に DNA ポリメラーゼをタンパク質として保持しているようなウイルスの場合，インテインを挿入しておくことによりウイルス粒子内では不活性な状態にしておき，細胞に感染してからインテインを取り除き，活性型に変えているのではないかと考えることはできる。これらのことからも，インテインの切り出しの阻害が，宿主の防衛手段としては適切なのではないかと考えられる。

問6　リボソーム・フレームシフトが「リボソーム」がずれるだけであること，アミノ酸配列を合成している途中のリボソームには，アミノ酸を結合させた tRNA も結合済みであることに理解がおよべば解答できる。たとえリボソームがずれたとしても，そこにあるのは，ずれる前に入り込んできた tRNA（アスパラギンが結合している）であるから，リボソームがずれてリシンのコドンが現れたとしても，重合されるのはアスパラギンである。コドンとアンチコドンの結合にはある程度のゆらぎがあり，３塩基のうち１塩基が異なっていても対合できることがある（一種類のアミノ酸を複数のコドンが指定する「縮重」がそのよい例）ため，リボソーム・フレームシフトが可能になると考えられる。

ちなみに，新型コロナウイルスもリボソーム・フレームシフトを用いて，タンパク質合成を行っていることが知られている。

問7　リボソーム・フレームシフトにおいて重要なのは，正確にはリボソームが動くことによって，mRNA のコドンと tRNA のアンチコドンがずれることである。したがって答えは㈣である。

問8　リボソーム・フレームシフトにより，通常のフレームで合成されるタンパク質とは異なるタンパク質ができることに注目できれば，ウイルスの戦略として「少ない遺伝子をいかに効果的に用いるか」が見えてくると思われる。

（解答例）

問１

(イ)	(オ)

問２

(オ)

問３

③　23	④　19

問４

AA，Aa

問５

致死遺伝子の致死性が優性だった場合，対立遺伝子の両方ともあるいはいずれか一方が致死遺伝子であれば，個体は繁殖する前に死滅してしまう。結果的に致死遺伝子を持たない個体のみが子孫を残すから，次世代に致死遺伝子は伝わらない。

問６

表２　魚の遺伝子型と形質

遺伝子型	形質	遺伝子型	形質	遺伝子型	形質
WWMMSS	×	WwMMSS	?	wwMMSS	?
WWMMSs	?	WwMMSs	?	wwMMSs	?
WWMMss	?	WwMMss	?	wwMMss	?
WWMmSS	(ア)	WwMmSS	(ア)	wwMmSS	(ウ)
WWMmSs	(イ)	WwMmSs	(イ)	wwMmSs	(エ)
WWMmss	?	WwMmss	?	wwMmss	(オ)
WWmmSS	(カ)	WwmmSS	?	wwmmSS	?
WWmmSs	?	WwmmSs	(キ)	wwmmSs	?
WWmmss	?	Wwmmss	?	wwmmss	(オ)

問７

(ウ)

（解説）

問１　**解答例**の通りである。

問２　**解答例**の通りである。

問３　「染色体の本数は，ヒトでは 46 本，ネコでは 38 本」とあり，「その半数は雄親から残りは雌親から受け継いだもの」で「染色体は対になっている」のであるから，**解答例**の通りである。

問４　遺伝子型が AA の親からできる卵細胞あるいは精細胞は，遺伝子 A を持つ。遺伝子型が Aa の親からできる卵細胞あるいは精細胞は，遺伝子 A または a を持つ。したがって，これらの卵細胞と精細胞の組み合わせでできる子の遺伝子型は，**解答例**の通りである。

問５　**解答例**の通りである。

問６　WWMmSS のものでは，遺伝子型が WW であるので，**しくみ**⑴により，卵巣が発達する。遺伝子型が Mm であるので，**しくみ**⑵により卵巣が発達するという条件下では，精巣の分化が阻害される。つまりこの個体は雌である。遺伝子型が SS であるので，**しくみ**⑶により，体のサイズは大きくなり，かつイリシウムが発達する。以上により**表１**の形質㈠を持つ。

WwMmSs のものは雌雄の判定は WWMmSS の場合と同様にできて個体は雌である。また，遺伝子型が Ss であるので**しくみ**⑶により体のサイズは大きくなるが，イリシウムは発達しない。以上により形質㈡を持つ。

wwMmss のものは遺伝子型が ww であるので，**しくみ**⑴により，卵巣は発達しない。この条件下での遺伝子型 Mm であるので，**しくみ**⑵により，精巣が発達して雄となる。卵巣は発達しないという条件下で遺伝子型が ss であるので，矮雄となりイリシウムも持たない。以上により形質㈤を持つ。

WWmmSS のものは，**しくみ**⑴により，雌であり，かつ，**しくみ**⑵により，雄なので雌雄同体である。また，遺伝子型が SS であるのでイリシウムが発達する。以上により形質㈥を持つ。

WwmmSs のものは WWmmSS と同様に雌雄同体であるが，遺伝子型が Ss であるので，イリシウムは持たない。卵巣が発達しているので，体のサイズは大きい。以上により形質㈦を持つ。

wwmmss のものは wwMmss と同様に，矮雄となりイリシウムも持たない。以上により形質㈤を持つ。

問７　致死遺伝子は劣勢であり，遺伝子が dd のようにそろったときに，致死という形質が現れる。**表２**中で，「×」のついている遺伝子型 WWMMSS で遺伝子がそろっているのは，W または M または S のいずれかである。また**表２**から WWMmSs のように W がそろっても致死とはならず形質(イ)が発現し，WwMmSS あるいは wwMmSS のように S がそろってもそれぞれ形質(ア)あるいは(ウ)が発現することから，遺伝子 d は遺伝子 M のある染色体にあることがわかる。

（解答例）

問１

どちらの湖でも，初夏から秋にかけて，水温躍層を挟んで，表水層の密度が深水層の密度よりも小さくなっている。このように，気温が高い間は，湖面の上から太陽光や暖かい空気で熱せられ，暖かい軽い水が湖の上層に存在するから，対流などは起こらない。そのため，初夏から秋にかけて水温成層は安定する。

問２

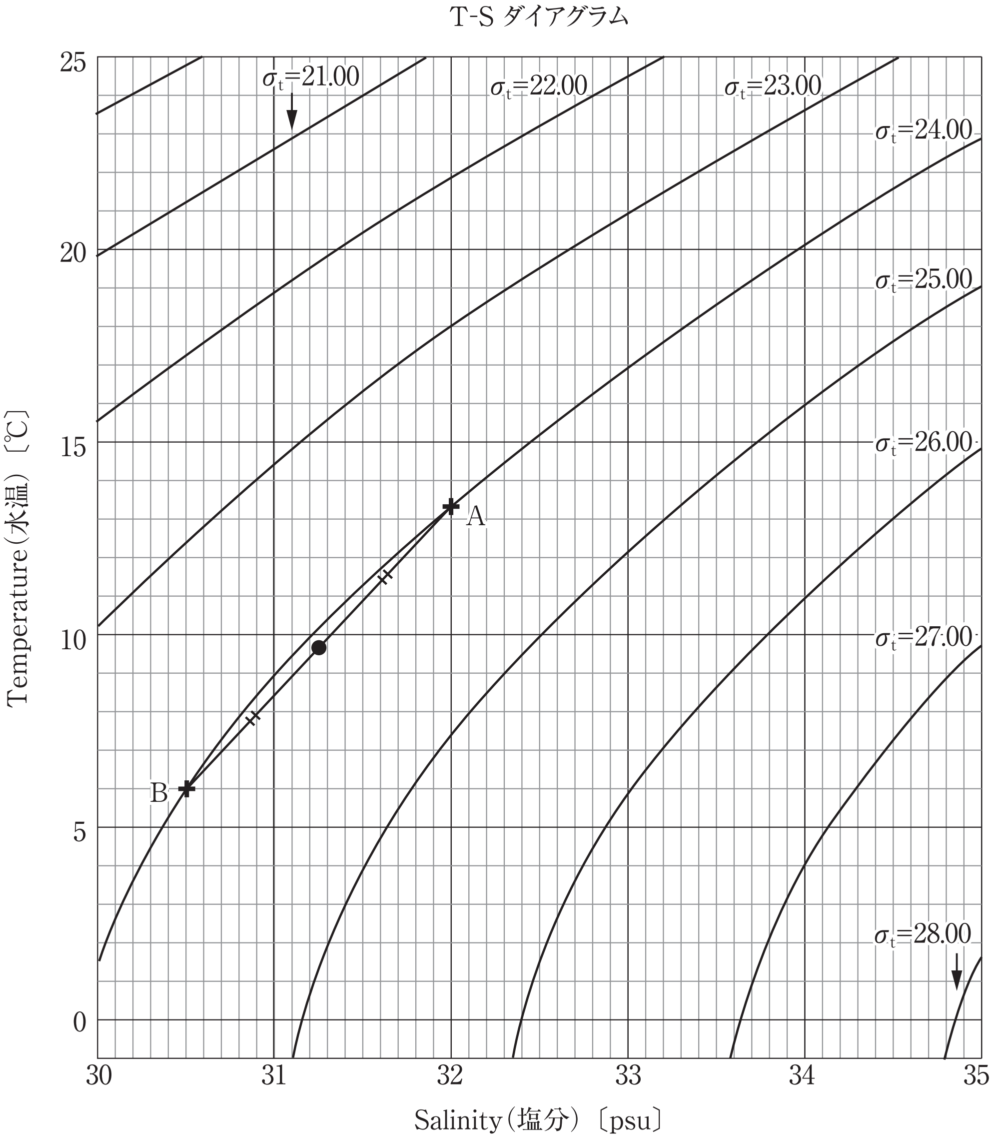
①
問１にあるように，初夏から秋にかけて，どちらの湖でも安定的に水温成層を形成していたが，琵琶湖の１月と２月，中禅寺湖では４月には，湖の中の水は全対流を起こし，上層から下層まで混合して一様な温度分布になってしまっている。

②
図４より，水はおよそ４℃で，その密度が最大になり，それよりも水温が低くても高くても，密度は４℃のときよりも小さくなる。冬季は，湖面が冷却されて，表水層の湖水が，深層水よりも密度が高くなると，表水層の湖水が沈みはじめ，湖の中で循環（対流）が起こって，水温が底層まで一様になってしまう。

問３

図５より，中禅寺湖では，湖の表層水温が１年の中で４℃を挟んで上下する。このことから，初夏から秋にかけては水温躍層ができて安定するが，年に２回，表水層水温が４℃付近になると，表層から湖底までの水が混ざり温度が一様になる。厳冬期には，表層の方が下層よりも水温が低くなって，表層の密度は再び小さくなり水温分布は安定する。一方，琵琶湖では，初夏から秋にかけて水温躍層ができ水温成層が安定し，鉛直混合が起こりにくく，いちばん寒い１月～２月に１回だけ，深水層（およそ７℃）よりも表水層の湖水の水温が下がり，密度が高くなり，下層まで水が混合する。

問４



密度：$\sigma_t = 24.10$

問５

同じ密度の海水でも，高温高塩分水と，低温低塩分水が混ざると，もともとの水より重くなるので，鉛直対流が起き，高栄養分のやや深い海水が海面にくるから。

問６

海面近くで生活している生物の死骸や糞が，底層に沈んでいって酸素を使って分解するから。

（別解）

冬季に温暖化の影響で海面が冷えにくくなって，海水の鉛直混合が起こりにくく，酸素の豊富な表層水が深層と混ざりにくくなった。

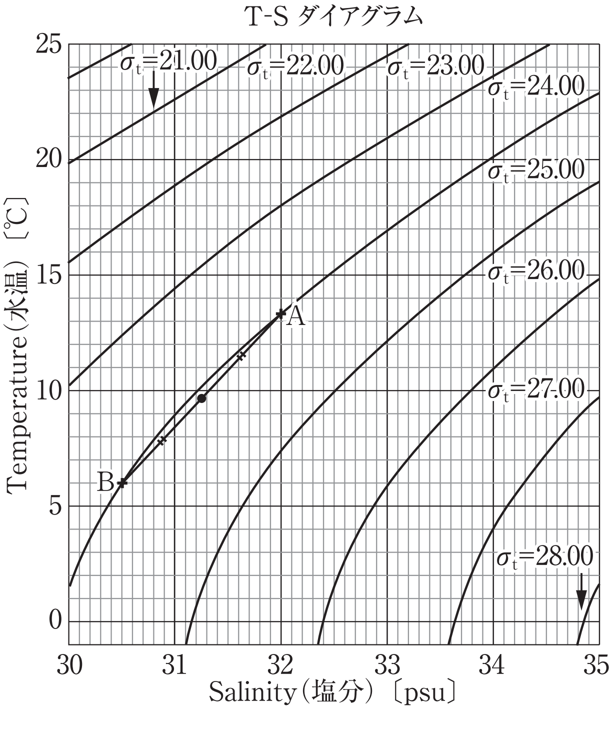
（解説）

問１　春から夏にかけて，湖水が成層する理由について問う記述問題。水温と密度の関係を理解していれば簡単な問題。

問２　冬季に，湖水が循環（混合）する理由について問う記述問題。冬季に冷却されると密度の大きい水ができることを理解していればよい。

問３　中禅寺湖で年２回，循環が起こる理由について問う記述問題。

問４　密度の異なる水塊（海水）が混合した場合，新たな水塊がどのような性質を持つか問う問題。A 点と B 点を直線で結び，その中点の密度をグラフから読み取る。



問５　ノーベル賞を受賞した眞鍋淑郎博士は，海洋深層水の出来方について議論している。その基礎となる海水密度についての問題。

問６　東京湾で夏季，海水が成層しやすくなったことを記述する問題。

「湖水の混ざり方」

図４に示されるように，淡水はおよそ４℃（正確には１気圧の下で 3.94 ℃）で，その密度が最大になります。この水の特徴が湖の水温の季節変動と，湖水が鉛直方向にどう混合するかのパターンを決めているのです。

中禅寺湖，琵琶湖，どちらの湖でも，初夏から秋にかけては，水温躍層を挟んで，表水層

の水の密度が深水層の水の密度よりも小さくなっています。このように気温が高い間は，密度の小さい水が密度の大きい水に重なっている状況が安定的に続くため，初夏から秋にかけて水温成層は安定するのです。つまり，この時期には，２つに分かれた表水層と深水層の湖水はなかなか混ざり合わないのです。

ところが，例えば琵琶湖では，冬季，湖の水温は鉛直方向にほぼ均一になります。これは，表層が冷やされて，表水層の水温が下がり，深水層の湖水よりも密度が大きくなると，密度が大きくなった湖水は下層に沈み込みはじめ，湖の中で対流つまり鉛直循環が起こって，水温が底層まで一様(およそ７℃)になってしまうからなのです。つまり，琵琶湖では年に１回，湖水が全対流を起こしているのです。

一方，中禅寺湖においては，１月に琵琶湖と同じように表層が冷やされて，表水層の水温が４℃になって，密度が大きくなった湖水が下層に沈み込みはじめ，鉛直循環(対流)を起こし水温が均一になります。その後，２月には水温が逆転していますが(表水層の水温が2.8℃，底層で3.2℃)，これは，水温が４℃以下では，温度の低い水の密度が小さいことによります（**図４**参照)。そして３月には再び鉛直方向に水温は均一になっています。これは，湖の表面が暖められて密度が大きくなった湖水が下層に沈み込んで混合し，湖水全体が４℃に近づいていくためです。このように，中禅寺湖は，琵琶湖と異なり，湖の表層水温が１年の中で４℃を挟んで上下するため，１年に２回湖水が循環するのです。

（解答例）

問１

年周視差が，肉眼では検出できないほど極めて小さかったため

問２

地球の大気の乱れによって，精密な年周視差[位置]測定が困難だったため

問３

d）

問４

計算過程

図２より，変光周期100日のセファイド型変光星の絶対等級は-7等。絶対等級M〔等〕，見かけの等級m〔等〕，距離d〔pc〕に対して，

$M=m+5-5\times\log_{10}d$

なので，

$-7=18+5-5\times\log_{10}d$　　　$-30=-5\times\log_{10}d$

$\log_{10}d=6$　　　$d=10^6\ \mathrm{pc}=1\mathrm{M\ pc}$

答　1　Mpc

問５

計算過程

恒星の運動速度は325 km/sなので，**図３**より，M87の絶対等級は，-22.0等。
したがって，M87までの距離d〔pc〕は，$M=m+5-5\times\log_{10}d$より

$9.25-(-22.0)=5\log_{10}d-5$

$d=10^{7.25}\ \mathrm{pc}=10^{0.25}\cdot10^{7}\ \mathrm{pc}=1.78\times10^{7}\ \mathrm{pc}=17.8\ \mathrm{Mpc}$

答　17.8　Mpc

問6

計算過程

ハッブルの法則より，銀河 B までの距離 D〔Mpc〕は，

$\underline{11250 = 75.0D}$

これより，$D = 150$ を得る。

答　150　Mpc

問7

宇宙膨張による後退速度に対して，銀河自身の運動速度（固有運動）や銀河系の回転速度が大きくなるため。

（解説）

天体までの距離測定の歴史は，人類の知恵と技術の進歩の歴史と言っても過言ではない。

本問でも取り上げた16世紀という時代は，天体の運行をもとに作られる暦のずれから，天動説への不信感が広まった。恒星の「年周視差」は地動説の有力な証拠であったが，恒星までの距離は，当時の人々の想像を超えるほど遠く，その年周視差は，肉眼による観測では到底検出することができないほど小さいものであった。天体望遠鏡が発明された後も，同じ地動説の証拠となる「年周光行差」の方が先に発見され(1728年)，年周視差の発見はさらに100年を経た1838年から1839年を待たねばならなかった。

年周視差を検出するためには，高い精度で天体の位置を測定しなければならない。しかし一般に，地球上での可視光の観測では，地球大気の乱れや揺らぎによるピンボケが生じるため，天体の位置を高精度で求めることは難しい。ハッブル宇宙望遠鏡などは，天体望遠鏡を地球大気の外に持ち出すことによって驚くべきシャープな天体画像を我々に届け続けている。本問に登場したヒッパルコス衛星，そして現在活躍中のGaia(ガイア)衛星は，恒星の精密な位置測定から，高精度な距離測定を実現するための宇宙望遠鏡である。

恒星までの距離測定には，他にも，星団内の多くの恒星の運動を統計的に計算したり，分光観測で得たスペクトル型から絶対等級を推測し，これと見かけの等級の差を距離に変換する方法などが用いられる。

より遠くの恒星までの距離は，脈動変光星に見られる変光周期と光度の関係を利用する。セファイド型変光星，こと座RR星型変光星やミラ型変光星などは，変光周期が長いほど絶対等級が明るくなることが知られている。そこで，これらの変光星の変光周期を調べることで，その絶対等級が推測でき，見かけの等級との差を距離に変換することができる。特に，セファイド型変光星は明るいため，銀河系近傍の銀河であれば，その変光周期や見かけの等級を得ることは決して難しくはない。実際に，1920年代に，エドウィン・ハッブルは，アンドロメダ銀河(M31)やさんかく座の渦巻銀河(M33)の中にあるセファイド型変光星の観測によって，これらが銀河系の外にある天体であることを示すことに成功している。

さらに遠くの銀河までの距離は，本問で取り上げたような銀河の絶対等級と内部運動の速度との相関関係を利用して求めることが一般的である。内部運動の速度とは，渦巻銀河の銀河円盤の回転速度や本問で扱ったような楕円銀河内の恒星の運動速度のことである。なお，楕円銀河の中で恒星は無秩序な運動（乱雑運動ともいう）を行っており，本問ではこの運動による平均的な速度を楕円銀河中の恒星の速度と表現している。この相関関係は高校生諸君には一見不可思議に見えるかもしれない。しかし，そもそも銀河自体が回転したり，銀河内部の恒星が乱雑運動をしていなければ，銀河内部の無数の恒星が互いに万有引力で引き合うことで，銀河自体が潰れてしまう。銀河が潰れないためには，回転運動や乱雑運動によって，万有引力に逆らう必要があるのだ。そして，質量が大きい銀河ほど自身の万有引力が大きいために，より速い回転運動や乱雑運動を行わなければならない。質量が大きい銀河は明るい

銀河だと考えれば，明るい銀河ほど大きな回転運動や乱雑運動を行っていることは，当然のことと理解できるだろう。

これよりも遠くの銀河までの距離測定では，Ia 型超新星の最大光度が用いられる。Ia 型超新星の最大光度は，銀河の明るさに匹敵するほど明るいため，宇宙の彼方にある遠方の銀河中に発生した Ia 型超新星であっても，観測することが可能である。そして，その最大光度がほぼ一定の値であるため，Ia 型超新星の最大光度を観測することで，その絶対等級と見かけの等級の差を距離に変換することが可能になる。パールマッター等は，遠方銀河中の Ia 型超新星の研究から，宇宙膨張が加速していることを突き止め，2011 年にノーベル物理学賞を受賞している。

銀河までの距離測定は，ハッブル(・ルメートル)の法則を用いると思われがちだが，ハッブル定数の不定性の問題や, 本問で扱った銀河の固有運動の問題もあり, これを用いた銀河の距離決定は最後の手段と考えてよい。例えば，孤立した銀河であっても，一般に数 100 km/s 程度の固有運動を持つと考えられており，また，銀河団内の銀河の乱雑運動速度は 1000 km/s にも達する。したがって，ハッブルの法則を用いてこのような銀河までの距離を測定しようとすると，これらの速度が宇宙の膨張速度に加算または減算されてしまい，距離決定に大きな誤差を生じることになる。ちなみに，先程紹介した渦巻銀河 M31，M33 の後退速度は，それぞれ，－300 km/s と－180 km/s で，どちらも銀河系に近づいてきている。科学の甲子園に出場された諸君は，この二つの銀河までの距離を，ハッブルの法則を用いて求めることができるだろうか？

(画像およびデータの出典)

M87　ESO，EHT コラボレーション

図２　斉尾（1992)，「星の進化」，New Cosmos Series ５，培風館，p.105

図３　左）ESO

右）Dressler et al.（1987)，*the Astrophysical Journal*，**313**，42

（解答例）

問 1

直線 A_1A_2 の方程式を $y=kx+h$ とすると，点 A_1，A_2 の x 座標 α_1, α_2 は次の方程式の解になる。

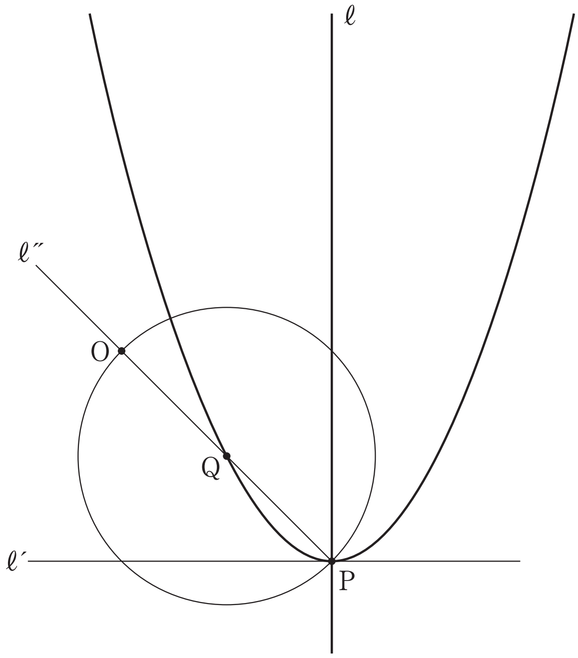
$$ax^2+bx+c=kx+h$$
$$ax^2+(b-k)x+c-h=0$$

解と係数の関係から，

$$\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}=\frac{k-b}{2a}$$

となるので，線分 A_1A_2 の中点の x 座標は直線 A_1A_2 の傾き k だけに依存し，y 切片 h に依存しない。これから，線分 B_1B_2 の中点の x 座標も線分 A_1A_2 の中点の x 座標と等しいことになる。その2つの中点を通る直線 ℓ_3 は y 軸と平行になっている。

問２



$y=2x^2-4x+1=2(x-1)^2-1$ なので，放物線の頂点 P の座標は（1, −1）である。これから，原点 O は，点 P で放物線の軸 ℓ と 45° の角度をなして交わる直線 $y=-x$ 上にある。放物線とこの直線との交点 Q の座標を求めると，$\left(\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{2}\right)$ となるので，原点 O は線分 PQ の長さを 2 倍にした位置にある。すでに軸 ℓ が描かれているので，放物線と ℓ の交点が点 P であり，点 P を通り軸 ℓ と垂直な直線 ℓ' は x 軸と平行になっている。したがって，ℓ と ℓ' が作る角の二等分線 ℓ'' を引けば，直線 $y=-x$ を描くことができる。それと放物線との交点が Q であり，点 Q を中心に半径 QP の円を描けば，ℓ'' との交点として原点 O が得られる。

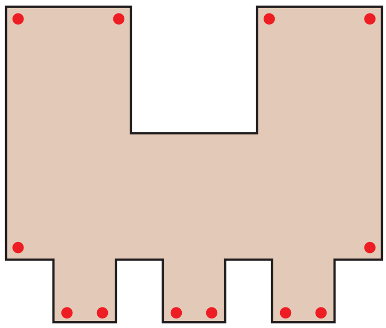
（解説）

高校数学において x 軸と y 軸が描かれていることを前提に 2 次関数を表す式に基づいてそれを表す放物線を描くことは一般的に指導されていることであるが，逆にすでに描かれている放物線からその対称軸や，原点，x 軸，y 軸などを作図するという発想は面白い問題設定だと思われる。そして，それを解決するために，高校生が習ってきた 2 次関数のグラフの代数的な解析方法が役に立つという点が重要である。3 次関数や 4 次関数に対しても，そのグラフから原点や x 軸, y 軸が作図できるのかという問題は興味深い。この問題の解法と同様に，解と係数の関係などを用いて考察することが考えられる。

（解答例）

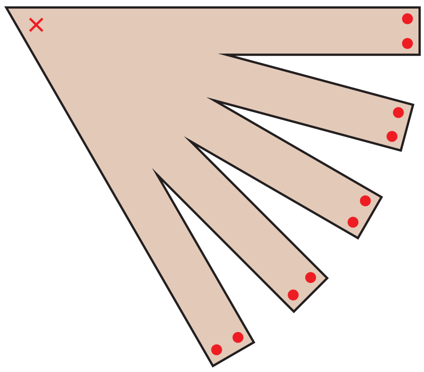
問 1

下図がその一例である。●のある 12 個の頂点の内角が直角であり，その他の頂点は直角ではない。



問２

下図のように k 個の細い長方形を束ねたような形の多角形がその例になっている。ただし，●のある頂点の内角は直角であり，その他の頂点の内角は直角ではない。この多角形の頂点数は $n=3k$ であり，内角が直角の頂点は $m=2k$ 個である。したがって，$m=\dfrac{2}{3}n$ となっている。



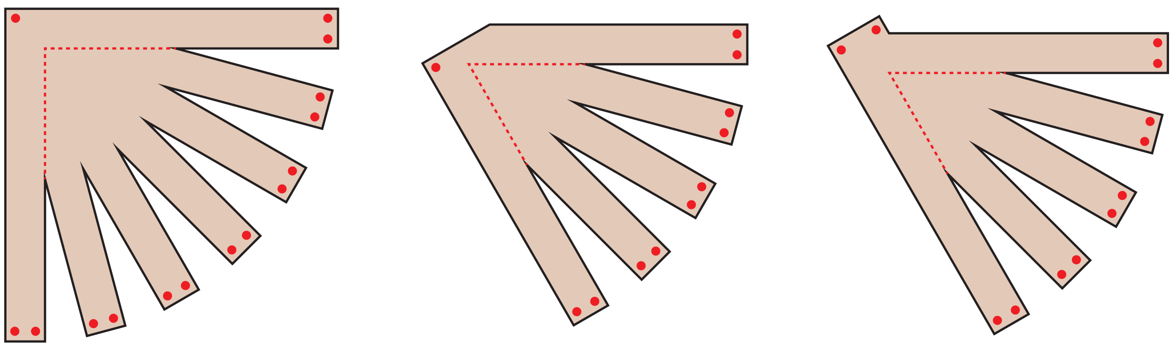
問３

① $n=5$ のときは，存在しない。

もし問題の条件を満たす五角形が存在したならば，$\frac{2}{3}\times 5=3.333\cdots$ なので，4 個以上の頂点の内角が直角になる。しかし，五角形の内角の和は $(5-2)\times 180^\circ=540^\circ$ なので，第 5 の頂点の内角は $540^\circ-4\times 90^\circ=180^\circ$ となり角を持つ頂点にならない。したがって，どのような五角形も問題の条件を満たさない。

② $n\geqq 6$ のときは，下図のような例が存在する。

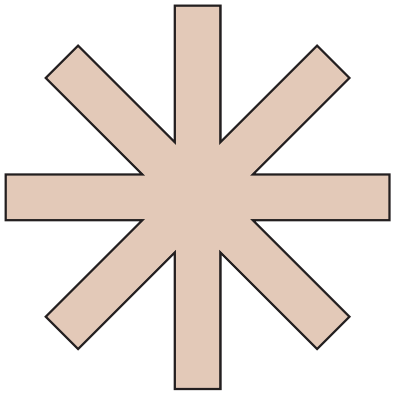
いずれの例でも，$k\geqq 2$ に対して，k 個の細い長方形を束ねたような形になっており，点線で切り取ると，$k=2$ に対する例が得られる。また，●のある頂点の内角が直角になっており，m がその個数である。いずれの場合も m の値は $\frac{2}{3}n$ よりも大きい。



$n=3k$	$n=3k+1$	$n=3k+2$
$m=2k+1$	$m=2k+1$	$m=2k+2$
$\frac{2}{3}n=2k$	$\frac{2}{3}n=2k+\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}n=2k+\frac{4}{3}$

（解説）

問２の例を構成するポイントは，3 頂点につき直角を 2 個作るということである。それを実現するために，細長い長方形の一端にある 2 つの直角を残すように，長方形を束ねるというアイディアに至り，右図のような多角形を考える者がいるかもしれない。



しかし，この例では $n=6$ のときに注意を要する。細長い長方形が均等に配置されているものを一般形と考えると，$n=6$ の場合には 2 つの長方形のなす角度が $180°$ になり，2 個の頂点が消失してしまう。この不都合を解消するために，解答例では×の内角が鋭角になっている例を示している。その例を出発点に修正を試みることで，**問３**の解答に近づけるだろう。

一般に，頂点数 n の多角形において，m 個の頂点の内角が直角であるとする。凸多角形でなくても，n 角形の内角の和が $180° \times (n-2)$ となることは容易にわかる。内角が直角でない頂点の個数は $n-m$ であり，それぞれの角は $360°$ 未満であるから，次の不等式を得る。

$$2(n-2) < m + 4(n-m)$$

これを整理すると，

$$3m < 2n + 4$$

両辺ともに整数なので，

$$3m \leqq 2n + 3$$

となり，

$$m \leqq \left[\frac{2}{3}n\right] + 1$$

を得る。ここで，$[x]$ は x を超えない最大の整数である。

解答例の**問３**②にある 3 つの例で示されている m の値はこの不等式の右辺と等しくなっているので，それ以上の個数の頂点の内角を直角にすることは不可能であることがわかる。

この考え方を理解すること自体は難しくないが，一般的な高校生にとっては，このようにある数量の上界を見積もって論証するという経験はほとんどないだろう。そのため，ここでは具体的な図形を考察して解答する問題にとどめている。いずれにせよ，上界や下界を見積もるという考え方を身に付けると，試行錯誤を伴う考察をする余地がうまれ，数学の探究活動の幅が広がることが期待される。

（解答例）

問１

s ← s＋1
A[s]← pop()
B[s]← pop()
push(A[s]－B[s])
s ← s－1

問２

スタックの一番上の値

04 行目実行直後	500
05 行目実行直後	400

手続きが計算する式
300＋200－100

問３

push(200)
push(100)
push(400)
sub の命令列を実行する
add の命令列を実行する
r ← pop()

問４

	1 回目	2 回目	3 回目
N[1]	3	3	3
N[2]	0	2	2
N[3]	0	0	1

問５

㋐ push(N[s]－1)
㋑ compFib の命令列を実行する
㋒ push(N[s]－2)
㋓ compFib の命令列を実行する
㋔ push(N[s])

問６

$A(2,1)=A(1,A(2,0))=A(1,A(1,1))$
$=A(1,A(0,A(1,0)))=A(1,A(0,A(0,1)))$
$=A(1,A(0,2))=A(1,3)=A(0,A(1,2))$
$=A(0,A(0,A(1,1)))$
$=A(0,A(0,A(0,A(1,0))))$
$=A(0,A(0,A(0,A(0,1))))$
$=A(0,A(0,A(0,2)))=A(0,A(0,3))$
$=A(0,4)=5$

問７

```
s ← s＋1
X[s]← pop()
Y[s]← pop()
もし X[s]＝0 ならば
│   push(Y[s]＋1)
そうではなく，もし X[s]＞0 かつ Y[s]＝0 ならば
│   push(1)
│   push(X[s]－1)
│   compA の命令列を実行する
そうでなければ
│   push(Y[s]－1)
│   push(X[s])
│   compA の命令列を実行する
│   push(X[s]－1)
│   compA の命令列を実行する
を実行する
s ← s－1
```

（解説）

帰納的定義（Inductive Definition）とは，あるものを定義するにあたり，それ自身を定義に含むものを言う。帰納的定義には必ずそれ自身を使わないで定義される基本となるケースが存在し，それ以外のケースの定義は，基本となるケースにより近くなるように定義される。再帰的定義（Recursive Definition）とも呼ばれている。例としてある正の数が3の倍数であるか判定する帰納的定義を示す。

・3は3の倍数である。1，2は3の倍数ではない。
・3より大きい正の数で3を引いた数が3の倍数である数は3の倍数である。それ以外のとき3の倍数ではない。

帰納的定義は循環定義とは異なる。循環定義には基本となるケースがなく，あるものを厳密に定義したことにならない。

（解答例）

問１

		n	p	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]
(a)	1回目	4	1	2	3	4	5	5
	2回目	3	1	3	4	5	5	5
	3回目	2	1	4	5	5	5	5
	4回目	1	1	5	5	5	5	5
(b)	1回目	4	3	1	2	4	5	5
	2回目	3	1	2	4	5	5	5
	3回目	2	3	2	4	5	5	5
	4回目	1	1	4	4	5	5	5
(c)	1回目	4	3	1	2	4	5	5
	2回目	3	2	1	4	5	5	5
	3回目	2	3	1	4	5	5	5
	4回目	1	2	1	4	5	5	5

問２

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

問３

p ← ((p＋m－2) % n)＋1

問４

空欄１	0	空欄２	2
空欄３	s＋i	空欄４	s＋i－1
空欄５	s＋1		

（解説）

問題文中の２つのプログラムは，自然数 n，m が与えられたときに以下のような手順で表される問題を解くプログラムである。

1．1から n までの番号をつけた n 人で，１番から n 番までは右回りに１ずつ番号が増え，さらに n 番の次が１番になるようにして輪を作り，n 番の人と１番の人との間（輪がつながるところ）に印を置く。なお，$n=1$ の場合は印が置けないが，その場合はこの後の手順では印は使われない。

2．輪に参加しているのが１人のみになるまで，「印から右回りに m 人目のところにいる人を輪から外し，外れた人がいた場所に印を移動させる。」という操作を繰り返す。輪に参加している人数が m より大きい場合には循環することに注意。

3．最後に残った１人の番号が解である。

どちらのプログラムも，初期化後の変数 m の値は m で，プログラム実行中は変化しない。変数 n の値は初期化直後は n であるが，プログラム実行中に変化する。

プログラム１では，繰り返しの条件「n＞1」を判定する瞬間において，各変数の値は以下のようになる。

・変数 n の値は，輪に参加している人数。

・配列要素 A[1]，A[2]，…，A[n]の値は，輪に参加している人の番号で，この順に右回りに並んでおり，さらに（A[n]の値）番の人の次は（A[1]の値）番の人。

・印から右回りに１人目が（A[p]の値）番の人。

プログラム２では，繰り返しの条件「n＞1」を判定する瞬間において，各変数の値は以下のようになる。

・変数 n の値は，輪に参加している人数。

・配列要素 A[s＋1]，A[s＋2]，…，A[s＋n]の値は，輪に参加している人の番号で，この順に右回りに並んでおり，さらに（A[s＋n]の値）番の人の次は（A[s＋1]の値）番の人。

・印から右回りに１人目が（A[s＋p]の値）番の人。

初期化後の変数 s の値は 0（空欄 1）であるが，取り除かれた配列要素より前の部分を後ろに詰めるたびに１増える（空欄 5）。