



第10回  
科学の甲子園 全国大会

実技競技①

Challenge-18

問題

## 第10回 科学の甲子園 全国大会

### 実技競技①

#### 【素数】

素数とは、約数が1とその数自身しかない2以上の自然数である。

2から11までの最初の5個の素数を印刷すると2, 3, 5, 7, 11であり, 「1」は2回印刷される。

#### 問1 配点100点

2から71までの最初の20個の素数を印刷すると「1」は何回印刷されるか, 回数を求めよ。

## 第10回 科学の甲子園 全国大会

### 実技競技①

#### 【素数】

素数とは、約数が1とその数自身しかない2以上の自然数である。

2から11までの最初の5個の素数を印刷すると2, 3, 5, 7, 11であり, 「1」は2回印刷される。

#### 問2 配点200点

2から997までの最初の168個の素数を印刷すると「1」は何回印刷されるか, 回数を求めよ。

## 第10回 科学の甲子園 全国大会

### 実技競技①

#### 【竹内関数】

問 配点 100 点

竹内関数とは、3個の引数  $x, y, z$  を持つ以下のように帰納的(再帰的)に定義される関数 Tarai である。

$x \leq y$  のとき,  $\text{Tarai}(x, y, z) = y$

それ以外の場合,

$\text{Tarai}(x, y, z) = \text{Tarai}(\text{Tarai}(x-1, y, z), \text{Tarai}(y-1, z, x), \text{Tarai}(z-1, x, y))$

関数 Tarai を Python で以下のプログラム tarai として計算できるようにした。

```
def tarai(x, y, z):
    if x <= y:
        return y
    else:
        return tarai(tarai(x-1, y, z), tarai(y-1, z, x), tarai(z-1, x, y))
```

$\text{tarai}(14, 7, 0)$  を計算するとき、上記の tarai が何回呼び出されるか、回数を求めよ。ただし最初の呼び出しは含めないものとする。

ヒント：解答は4の倍数である。関数が呼び出された回数を調べるには以下の関数 countUp を使うとよい。以下の例では最後に 111 が出力される。

```
def countUp( ):
    countUp.cnt += 1
    return countUp.cnt

countUp.cnt = 10
for i in range(100):
    countUp( )
print(countUp( ))
```

第 10 回  
科学の甲子園 全国大会

実技競技①

【2 進法】

問 配点 100 点

2 進法で 11111100100 と表される数を 10 進法で表せ。

# 第10回 科学の甲子園 全国大会

## 実技競技①

【和が決められた数列】

問1 配点100点

「1, 12, 13, 24」や「3, 47」や「50」などのように、後の数が前の数より大きくなるように自然数を並べた列で、合計が50になるようなものの個数を求めよ。

# 第 10 回 科学の甲子園 全国大会

## 実技競技①

【和が決められた数列】

問 2 配点 100 点

「1, 11, 11, 13, 14」や「25, 25」や「50」などのように、後の数が前の数以上になるように自然数を並べた列で、合計が 50 になるようなものの個数を求めよ。

# 第10回 科学の甲子園 全国大会

## 実技競技①

【和が決められた数列】

問3 配点 100 点

「11, 13, 13, 13」や「21, 29」や「25, 25」などのように、後の数が前の数以上になるように奇数の自然数を並べた列で、合計が50になるようなものの個数を求めよ。

第 10 回  
**科学の甲子園 全国大会**

**実技競技①**

**【約数】**

問 1 配点 200 点

100000 以下の自然数に対する正の約数の個数の最大値を求めよ。

第 10 回  
科学の甲子園 全国大会

実技競技①

【約数】

問 2 配点 200 点

100000 以下の自然数  $n$  のうち,  $n$  の正の約数の総和が  $3n$  を超えるものの個数を求めよ。

## 第 10 回 科学の甲子園 全国大会

### 実技競技①

#### 【部分文字列】

問 配点 300 点

文字をいくつか並べたものを引用符「'」でくくって文字列を表すものとする。'aab' は長さ 3 の文字列、'' は長さ 0 の文字列である。ある文字列からいくつか文字を取り除いて順番を変えずに並べたものを、もとの文字列の部分文字列という。取り除くときは全部取り除いてもよいし 0 個取り除いてもよい。例えば 'aab' の部分文字列は '', 'a', 'b', 'aa', 'ab', 'aab' の 6 個であり、'abc' の部分文字列は '', 'a', 'b', 'c', 'ab', 'ac', 'bc', 'abc' の 8 個である。文字列 'abracadabra' の部分文字列の個数を求めよ。

## 第10回 科学の甲子園 全国大会

### 実技競技①

#### 【整数】

#### 問1 配点 300 点

1729 は正整数の 3 乗の和として次のように 2 通りに表せる。

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

ただし順番を入れ替えただけの表し方は区別しないことにする（例えば 9 は  $1^3 + 2^3$  とも  $2^3 + 1^3$  とも表せるが、これを 2 通りとは考えない）。

整数について非常に鋭い感性を持っていたといわれるインド出身の数学者ラマヌジャンは、訪問客が乗って来たタクシーのナンバーが 1729 だったと聞いて、即座にこの性質を指摘したという。

このように正整数の 3 乗の和として 2 通りに表せる数のうち、最小のものは 1729 である。次に小さいものを答えよ。

## 第10回 科学の甲子園 全国大会

### 実技競技①

#### 【整数】

#### 問2 配点 300 点

2以上の整数に対する次の操作を考える。

- その数が奇数であれば、3倍して1を加える。
- その数が偶数であれば、半分にする。

操作の結果として正整数が得られる。この結果が1になるまで、操作を繰り返し施すことを考える。例えば、3に操作を繰り返し施すと順に10, 5, 16, 8, 4, 2, 1となる。

いかなる正整数から始めても、このように操作を繰り返せば必ずいつかは1になるだろうと多くの数学者が予想しているが、今日に至るまで証明は得られていない。

上述のように3は操作を7回施すと1になるが、27は操作を111回施してようやく1になる。27は、100回以内の操作で1にならないような最小の正整数である。200回以内の操作で1にならないような最小の正整数を答えよ。

# 第10回 科学の甲子園 全国大会

## 実技競技①

### 【整数】

#### 問3 配点 300 点

6以上の任意の整数は3つの素数の和として表すことができるだろうといわれている(ゴールドバッハの予想)。

例えば47を3つの素数の和として表す方法は次のように13通りある。

$$\begin{aligned}47 &= 2+2+43 \\ &= 3+3+41 = 3+7+37 = 3+13+31 \\ &= 5+5+37 = 5+11+31 = 5+13+29 = 5+19+23 \\ &= 7+11+29 = 7+17+23 \\ &= 11+13+23 = 11+17+19 \\ &= 13+17+17\end{aligned}$$

ただし順番を入れ替えただけの表し方は区別しないことにする(例えば $2+2+43$ と $2+43+2$ は別々には数えない)。

2021を3つの素数の和として表す方法は  通りある。

に入る数を答えよ。

# 第10回 科学の甲子園 全国大会

## 実技競技①

### 【ドレミ暗号】

ドレミ暗号は、do, re, mi, fa, so, la, siの7つの音と数字(0から4のみ)を使って、ひらがなを表すものである。ただし、小さい文字(っ, や, ゅ, よ)は表せない。例えば、「おかしとぱんをたべたい」をドレミ暗号で表すと、以下になる。

0do040re000mi010fa040la201fa001mi040fa000la130fa000do01

### 問1 配点100点

この暗号では、1つのひらがなを表すために、どれかの音を1個、数字を  個使う。

に入る数を答えよ。

## 第10回 科学の甲子園 全国大会

### 実技競技①

#### 【ドレミ暗号】

ドレミ暗号は、do, re, mi, fa, so, la, si の7つの音と数字（0 から 4 のみ）を使って、ひらがなを表すものである。ただし、小さい文字（っ、ゃ、ゅ、ょ）は表せない。例えば、「おかしとぱんをたべたい」をドレミ暗号で表すと、以下になる。

0do040re000mi010fa040la201fa001mi040fa000la130fa000do01

#### 問2 配点 200 点

「こうしえん」をドレミ暗号で表すとどうなるか。

## 第 10 回 科学の甲子園 全国大会

### 実技競技①

#### 【文字列操作】

問 配点 300 点

いくつかの単語からなるテキストに対する操作を考える。操作対象のテキストは、英小文字・数字・空白が並んだ行が、1つまたは複数あるものとする。テキストは空白により単語に区切られる。単語は英小文字または数字、あるいはその両方で構成される。

操作として、以下の4つが与えられている。

`sort` テキストの各行の先頭の単語の辞書式順序の昇順（アルファベットおよび数字の昇順）に各行を並べ換える

例

one two three	を sort すると	one three two	になる
3 1 10	を sort すると	1 10 3	になる

`chopw` 各行を単語ごとに別の行に分ける

例

one two three	を chopw すると	one two three	になる
---------------	-------------	---------------------	-----

`uniqc` 各行について前の行と同じなら、それらの行を1つにして、出現回数を示す数を先頭の単語として付ける

例

one two two three three three	を uniqc すると	1 one 2 two 3 three	になる
--	-------------	---------------------------	-----

prtl 各行の先頭の単語のみを残す

例

```
1 one
2 two
3 three
```

を prtl すると

```
1
2
3
```

になる

これらの操作を順に適用することを考える。各操作を ; で連結して表記し、それを「操作の列」と呼ぶ。

例

```
one
two two
three three three
```

に対して、  
sort;chopw;uniq;prtl  
を行った結果は

```
1
3
2
```

となる。

ここで、もとのテキストが

```
one three four
two
four four
one
```

であったとき、結果が

```
1 three
1 two
2 one
3 four
```

となるような操作の列を答えよ。

# 第10回 科学の甲子園 全国大会

## 実技競技①

### 【数列操作】

以下のような数列  $s_1, s_2, s_3, \dots$  を考える。

$$s_1 = \{1\}$$

$$s_2 = \{1, 2, 1\}$$

$$s_3 = \{1, 2, 1, 3, 1, 2, 1\}$$

すなわち、 $n$  番目の項  $s_n$  は  $2^n - 1$  個の数の列で、 $s_n$  は、「 $s_{n-1}, n, s_{n-1}$ 」を接続したものになっている。 $s_n$  に含まれる数の和を  $t_n$  とする。いくつかの  $t_n$  の例を示すと、

$$t_1 = 1$$

$$t_2 = 1 + 2 + 1 = 4$$

$$t_3 = 4 + 3 + 4 = 11$$

となる。

### 問1 配点100点

$t_5$  を求めよ。

## 第10回 科学の甲子園 全国大会

### 実技競技①

#### 【数列操作】

以下のような数列  $s_1, s_2, s_3, \dots$  を考える。

$$s_1 = \{1\}$$

$$s_2 = \{1, 2, 1\}$$

$$s_3 = \{1, 2, 1, 3, 1, 2, 1\}$$

すなわち、 $n$  番目の項  $s_n$  は  $2^n - 1$  個の数の列で、 $s_n$  は、「 $s_{n-1}, n, s_{n-1}$ 」を接続したものになっている。 $s_n$  に含まれる数の和を  $t_n$  とする。いくつかの  $t_n$  の例を示すと、

$$t_1 = 1$$

$$t_2 = 1 + 2 + 1 = 4$$

$$t_3 = 4 + 3 + 4 = 11$$

となる。

#### 問2 配点 200 点

$t_{20}$  を求めよ。