



第1回 科学の甲子園 全国大会

筆記競技

平成24年3月24日

注意事項

1. 競技開始の合図があるまでは、問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子はこの表紙以外に2ページから50ページまであります。競技開始の合図で全ページ印刷されていることを確認してください。競技中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて係員に知らせてください。
3. 競技開始の合図があったら、解答用紙および計算用紙の所定の欄に、学校名、番号、氏名を記入してください。
4. 解答はすべて解答用紙に記入してください。解答用紙以外は採点しません。ただし、第9問については計算用紙も採点に考慮することがあります。
5. 問題冊子は競技終了後回収します。
6. 問題は第1問～第12問で構成されています。どの問題から取り組んでも結構です。
7. 競技においては、チームのメンバーと話し合って解答して構いません。一人当たりの解答数などの決まりはありませんので、チームで作戦を立てて問題に取り組んでください。
8. 定規、分度器、コンパスの使用を認めます。電卓については机の上に用意されたものだけを使用してください。個人で持参された電卓の使用は認めません。
9. 図書や携帯電話等外部と接続可能な電子機器の持ち込みを禁止します。
10. 終了の合図があるまで、係員の許可なしに、会場の外に出ることはできません。気分が悪くなったとき、トイレに行きたくなったときは、手を挙げて係員に知らせてください。
11. 「終了」の合図で、すぐに筆記用具を置いてください。その後、指示に従い解答用紙をクリップ留めしてください。
12. 第1問で使った水飲み鳥とカップは記念品として持ち帰ってください。
13. 本競技の合計得点第1位の学校には協賛企業から表彰があります。最も得点の高いチームが複数ある場合は、満点の問題の数の多いチームを上位とします。満点の問題の数も一致する場合は、満点に一番近い得点の問題の数の多い学校を上位とします。以下同様の方法により、表彰される第1位のチームを決定します。

あなたたちの目の前に、「水飲み鳥」とコップと水の入ったペットボトルが置かれている。水飲み鳥の本体はガラス細工でできていて、その中に着色されたエーテルが入れている。空気は抜いて封じられているので、ガラス容器内の空間はエーテル蒸気で満たされている。鳥の頭部はフェルトのようなものでおおわれている。これらを図1のように水面の高さが水飲み鳥の支点と同じくらいになるようにセットし、最初に鳥の頭部を水でぬらして振動させ、しばらく様子を観察してみよう。水飲み鳥は、頭を前後に揺らしながら、そのくちばしをコップの水の中につっこんで水を飲むような動作を、いつまでも繰り返す。これはどのような原理で動いているのだろうか？ 水飲み鳥をよく観察し、グループでしっかり話し合っ、下の問1, 2に答えなさい。なお、ここで用いられているエーテルに関する参考情報を、表1に示してある。



図1

表1 エーテルに関する参考情報

ここで用いられているエーテルの正式名称は「ジエチルエーテル(diethyl ether)」である。分子式は $C_4H_{10}O$ で、常温で気化しやすく、特徴的な甘い臭気を持つ、無色透明の液体である。

分子量：74.12 融点： $-116^{\circ}C$ 沸点： $35^{\circ}C$ 密度： 0.71 g/cm^3

問1 あなたたちのチームは、水飲み鳥の原理を説明するための解説書を作ることになった。水飲み鳥の運動を次のような段階AとBに分けて、それぞれの段階で起こっている物理的な現象とその理由について、物質の状態変化、熱、圧力、エネルギーなどの観点から分かりやすく説明せよ。なお、必要ならばイラストを補助的に使ってもよい(文章だけでも分かるように書くこと)。

<運動の階段>

- A 頭部を水でぬらしたあと、胴体の細いガラス管内でエーテルの液面が少しずつ上昇するとき(図2を参照)
- B 水飲み鳥のくちばしがコップの水に触れ、ガラス管内のエーテルが下に移動するとき

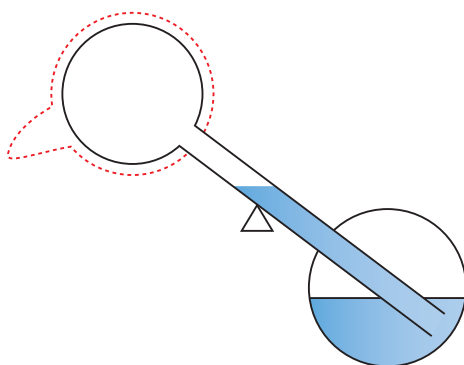


図2

問2 水飲み鳥がより活発に運動するように(つまり、水を飲む動作が一定時間内により多くの回数になるように)するためには、下に示すような条件のもとで、どのような方法が考えられるだろうか? グループで話し合い、具体的な方法(必要ならばイラストを添えてもよい)とその科学的な根拠を答えよ。なお、アイデアの数が多くて解答欄が足りない場合は、同様な条件による方法はまとめて、解答欄の数に収まるように解答すること。(異なる条件の解答を最大6つまで加点する)

条件：水飲み鳥本体に何かを付け加えたり、改造したりしてはいけない。また、途中で水飲み鳥に触ったりして力を加えてはいけない。

※ 水飲み鳥は、本大会に参加した記念品として持ち帰ってよい。

ニュートンの運動の法則に関する文章を読み，下の問(問1～4)に答えよ。

ニュートンの運動に関する3つの法則は次の通りである。

第1法則(慣性の法則)

外部から力がはたらかないか，いくつかの力がはたらいてもそれらがつり合っていれば，静止している物体はいつまでも静止を続け，運動している物体はいつまでも等速直線運動を続ける。

第2法則(運動の法則)

物体にいくつかの力がはたらくとき，物体にはそれらの合力の向きに加速度が生じ，その加速度の大きさは合力の大きさに比例し，物体の質量の大きさに反比例する。

第3法則(作用反作用の法則)

力は，かならず作用と反作用がペアになって存在し，それらは大きさが等しく，同一直線上にあり向きが反対である。

ニュートン(1642～1727年)は，このたった3つの法則からなる「運動の法則」によって，天体の動きから雨粒の動きに至るまで，すべての物体の運動について予測可能にした。

しかし，多くの科学の法則がそうであるように，この運動の法則もまた，ニュートンに先立つ，たとえばガリレイ(1564～1642年)をはじめ，多くの先人たちの功績を引き継ぎ，総合させたものであった。事実，ガリレイもまたニュートンの運動の法則に肉薄していた。

以下は，運動の法則に関しての2人の高校生(A，B)とニュートンとの会話である。

A： 運動の第1法則と第2法則をよく見ると，第1法則は第2法則に含まれるように見える。第2法則は「力がはたらくと加速度運動する」という内容。これは裏返せば，力がはたらかなければ加速度運動しないということだから……。

B： 加速度運動しないのだから……，「力がはたらかなければ，静止か，等速直線運動をする」ということだね。

A： そうなんだ。運動の第1法則(慣性の法則)そのものなんだよ。

B： そうすると，運動の第2法則には，第1法則がすでに含まれてしまっていること

になってしまう。それなのに、なぜ「第1法則」としてわざわざ触れる必要があったのだろうか。

A： ニュートンともあろう人が、こんなミスをするなんて。

ニュートン： 第1法則が不要だって……。私は、この第1法則を示すことによって、これからどのような世界で運動を観測するかについて「宣言」をしたかったのだよ。

考えてもみたまえ。君たちの周りにだって、「物体にはたらいている合力がゼロでないにも関わらず、加速度運動しない」様子が実感できる乗り物があるではないか。私は、そんなところで運動は考えないことにしたのだ。

B： 力がはたらいているのに加速度運動しない……。そんなことが見られる乗り物って……。あるのだろうか。

ニュートン： 君たちは毎日何を見ているのだ。加速度運動している電車じゃよ。電車の中のつり革の動きがそうじゃ。

問1 (1) ニュートンはなぜ第1法則を第2法則の前に置いたのか。

(2) さらに、ニュートンのいう「加速度運動している電車」の中では、なぜ運動の第2法則が成り立たないのか。つり革の動きを例にして説明せよ。

ニュートンの運動の法則に、今一步迫った人物がガリレイだった。ガリレイは、巧みな例を駆使しては、「互いに等速度で運動している2人の観測者には、自分か、相手か、どちらが運動しているか判別できない」ことを示した。

ガリレイが現代に迷い込んだとしたら、ニュートンと同じく電車の中のつり革の動きに目を奪われるかもしれない。

右図は、電車内のつり革の様子を表している。

電車が静止していようと、また等速度で運動していようと、つり革の運動状態はどちらも同じであり、いずれも鉛直方向に垂れ下がったままである。

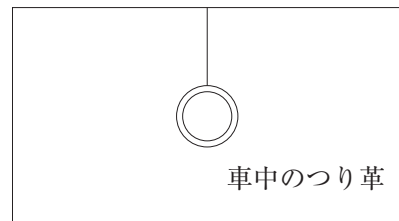


図1

ガリレイによれば、互いに等速度で運動している2人の観測者には同じ「力と運動の関係」が成り立つ。この発見が、その後、ニュートンによって運動の第1法則(慣性の法則)として結実したのである。

問2 深夜、真っ暗で外の様子が何も見えない夜行列車の車内で、誤って携帯電話を落としてしまった。携帯電話はまっすぐに足下に落ちたので「列車は止まっている」と判断した。この判断は正しいか。「ガリレイならどのように答えるか」を意識して説明せよ。

問3 ニュートンは、運動の第2法則で、質量、加速度と力の関係を打ち立てた。それは、「 $ma=f$ 」という式(運動方程式)で表される。この式には、なぜ運動を記述する要素である「位置」や「速度」が含まれなかったのだろうか。

その理由を、「等速度運動している2人の観測者(A、B)には同じ『力と運動の関係』が成り立つ」というガリレイの考えをもとに説明せよ。ただし、観測者Aは地上におり、また観測者Bは等速直線運動している車中にあるものとする。

運動の第3法則について、A君が次のような指摘をした。

ニュートンの運動の第3法則(作用反作用の法則)をみると、作用、反作用を表す力は「大きさが等しく、同一直線上にあり向きが反対」だから、その和はゼロになる。

どのような力にも必ず反作用が存在し、しかもその和がいつもゼロになるのだから、「静止している物体をいくら手で押してやっても、合力はゼロになり物体は決して動き出さない」ことになる。

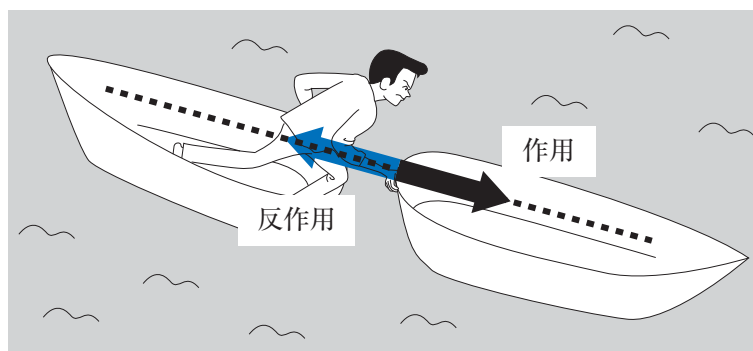


図2

問4 A君の推論、すなわち「静止している物体をいくら手で押してやっても、物体は決して動き出さない」は、明らかに事実と反している。この矛盾を上図の例を用いながら説明せよ。

通常原子は原子核と電子からなり、原子核はさらに陽子と中性子からなる。特に陽子の数は、原子の性質を大きく左右する要素であって、重要な意味を持つ。

一方、中性子の数は必ずしも原子の性質に大きな影響を与えない。例えば、天然に存在するホウ素原子には、ホウ素10（陽子5個と中性子5個； ^{10}B と書く）と、ホウ素11（陽子5個と中性子6個； ^{11}B と書く）の2つがある。しかし、化学的性質（どのような化学反応を起こすか）については、大きな差はない。

このように、中性子の数のみが異なる原子は同位体と呼ばれ、元素記号の左上に質量数（陽子数と中性子数を足した数）をつけて表現する。例えば、ホウ素の同位体には上記の ^{10}B と ^{11}B がある。

ホウ素のように、天然に複数の同位体が存在する元素は多い。各同位体は異なる質量を持ち、天然には、ほぼ一定の存在比で存在する。元素の原子量はそれらの平均値として与えられている。ここで、原子や分子の質量はとても小さいので、これを簡潔に表現するために相対質量というものをを用いる。相対質量とは、該当する原子や分子などの質量を、 ^{12}C の質量の $\frac{1}{12}$ で割った値である。ホウ素では、相対質量10.01の ^{10}B が20%、相対質量11.01の ^{11}B が80%存在する。したがって、ホウ素の原子量は、各同位体の相対質量と存在比の積の和をとって10.81となる。

問1 同位体の存在比と原子量・分子量について、次の問(1)、(2)に答えよ。ただし、存在比は%単位(小数点以下四捨五入)で答えること。

- (1) 天然に存在する塩素原子は ^{35}Cl と ^{37}Cl であり、相対質量はそれぞれ34.97、36.97である。一方、塩素の原子量は35.45である。このとき、天然における ^{35}Cl および ^{37}Cl の存在比を求めよ。
- (2) 天然における同位体の存在比を、天然存在比という。天然存在比に従う塩素原子から形成された塩素分子を考える。その相対質量として、考えられるものをすべて挙げよ。また、前問の結果を用いて、それらの存在比を計算せよ。

同位体は科学的に大変有用である。その応用例は、後述のような放射性に関わるもの、原子核の性質に関わるもの、同位体間の化学的性質の相似性に関わるものなどがある。ここでは化学的性質の相似性を用いた応用を、同位体置換（ある原子を相対質量の異なる同位体に置き換えること）を行うとその分だけ分子量が変化することに注意していくつか見てみよう。

問2 質量分析法と呼ばれる手法を用いて、分子の質量を測ることができる。ある化合物にこれを適用すると、相対質量が61に近い分子が3%ほど含まれ、残りの分子は、そのほとんどが60に近い相対質量を持つことがわかった。この化合物が、天然存在比を持つ水素・炭素・酸素原子のみからなるとし、表1を用いてその分子式を推定せよ。また、その分子式から考えられる構造式をすべて挙げよ。

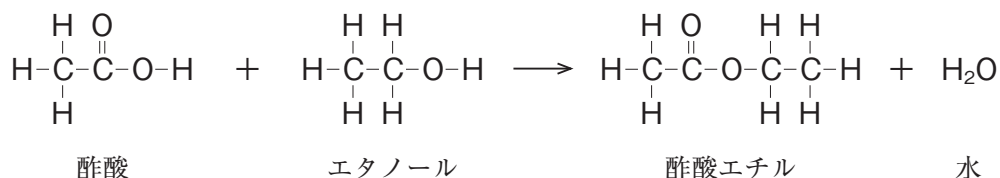
表1 水素・炭素・酸素の同位体と、その相対質量・天然存在比

	相対質量	存在比		相対質量	存在比		相対質量	存在比
^1H	1.008	99.99%	^{12}C	12.00	98.93%	^{16}O	15.99	99.76%
^2H	2.014	0.01%	^{13}C	13.00	1.07%	^{17}O	17.00	0.04%
						^{18}O	18.00	0.20%

分子中の一部の原子を同位体置換しても、置換しない場合と同じ反応を起こすと期待される。したがって、質量分析法のような方法を用いれば、置換した原子が反応生成物のどの部分に含まれるのか追跡することができ、これによって反応機構を調べることができる。

ここでは、出発物質中の原子を、質量分析法などによって追跡する例を見てみよう。

酢酸とエタノールを硫酸触媒下で反応させると、酢酸エチルと水が生成する。



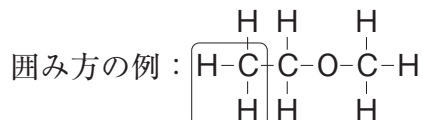
生成した物質、硫酸、および未反応の出発物質の中では、酢酸エチルだけが水と混ざりにくい。この性質を用いて、酢酸エチルを十分な純度で分離できる。そこで、上記のようにして酢酸とエタノールを反応させ、生成した酢酸エチルを分別採取し、質量分析を行った。

その結果、天然存在比の元素のみからなる酢酸とエタノールを用いると、酢酸エチルには、相対質量が(①)に近い分子が約95%、相対質量が(②)に近い分子が約4%含まれることがわかった。一方、エタノール中の酸素をすべて ^{18}O に置換して反応させると、酢酸エチルには、相対質量が90に近い分子が約95%、相対質量が91に近い分子が約4%含まれることがわかった。

問3 この反応について、次の問(1)、(2)に答えよ。

(1) (①), (②)に当てはまる整数を答えよ。

(2) この実験結果に基づき、酢酸エチルの構造の中で、エタノールに由来する部分を過不足なく線で囲って示せ。



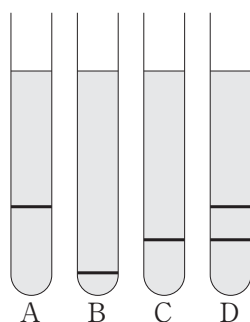
このような同位体置換の方法によって、化学反応の分析のみならず、生体内での分子の振舞いについても調べることができる。そのような例としては、Calvinによる ^{14}C を用いた光合成の反応機構の解明や、MeselsonとStahlによる ^{15}N を用いたDNAの複製機構の実証などが挙げられる。ここでは、後者の例について考えてみよう。

窒素の同位体には ^{14}N と ^{15}N があり、その天然存在比はそれぞれ99.63%、0.37%である。ゆえに、生体分子などの天然物質中の窒素は、ほとんどが ^{14}N である。しかし、窒素をすべて ^{15}N に置換した培地で大腸菌を繁殖させると、窒素として ^{15}N のみを含むようにできる。そのような、 ^{15}N 置換DNAを持つ大腸菌を第0世代としよう。

^{14}N のみを含む培地で第0世代の大腸菌を繁殖させる。大腸菌が分裂する際、遺伝情報を持つDNAは当然複製される。このとき、DNA複製で新たに作られる部分は ^{14}N のみを含むことになる。したがって、1回分裂すると、DNAの総量は大腸菌全体で2倍になり、そこでの ^{14}N と ^{15}N の割合は1:1となる。1回分裂した大腸菌を第1世代とする。

同様に第1世代も ^{14}N のみを含む培地で繁殖させる。そこで1回分裂した大腸菌を第2世代とする。第2世代のDNAは ^{14}N 、 ^{15}N を3:1の割合で持つことになる。

これら的大腸菌の持つDNAは、その ^{15}N の含有率に応じて、質量が若干異なる。この違いは、遠心分離を用いて検出することができる。試験管に試料を入れて遠心分離すると、重い分子ほど底の方に現れる。実際にこれを行うと、DNAは図1の太線で示された位置に現れた(ただし、わかりやすいよう、出現位置の差異を実際の結果よりも広げて描いている)。



A 同位体置換されていない試料 B 第0世代の試料 C 第1世代の試料 D 第2世代の試料

図1 試験管に入れた試料の遠心分離の結果

問4 このような実験によって、DNAの複製機構を調べることができる。DNAは2本の鎖状分子がらせん状に会合した二重らせん構造を持っていることに気をつけて、以下の選択肢の中でこの実験結果と矛盾しないものをすべて選べ。

- (ア) 複製時、もとのDNAはそのままにして、新たに同じDNAを合成する。
- (イ) 複製時、もとのDNAを中央で分断して半分の長さとし、切れ目から残りの部分のDNAを合成して2組のDNAを得る。
- (ウ) 複製時、もとのDNAを1本鎖にばらしながら、それぞれの鎖と対になる鎖を合成することで2組のDNAを得る。
- (エ) 複製時、もとのDNAを2本鎖のままランダムに分割し、足りない部分を新たに合成しつつ再び結合して2組のDNAを合成する。

以上で見てきた同位体は、基本的には安定で壊れないものであった(安定同位体という)。しかし、同位体の中には、不安定なものも存在する。それらは放射線を出して別の原子へと変化する(壊変という)。そのような同位体には、天然に存在するもの(天然放射性同位体)と、人工的に作られるもの(人工放射性同位体)がある。

また、放出される放射線として代表的なものに、 α 線、 β 線、 γ 線がある。 α 線は陽子2個と中性子2個からなり、 β 線は電子1個からなる。一方、 γ 線は電磁波である。

問5 以上のことを踏まえて、次の文章の(①)~(⑥)に当てはまる適切な整数または元素名(元素記号ではない)を答えよ。また、に当てはまる20字程度の文を答えよ。必要に応じて周期表を参照すること。

^{40}K は土壤中に存在する代表的な天然放射性同位体であり、(①)個の陽子と(②)個の中性子を持つ。この原子核は2通りの経路をたどって壊変し、別の元素を生成する。1つの経路は、中性子が β 線を出して陽子になり、(③)を生成するものである。もう1つの経路は、原子核中の陽子はその原子に含まれる電子と結合して中性子となり、(④)を生成するものである。後者の核反応のために、大気中には(④)が比較的多量に存在していると考えられる。

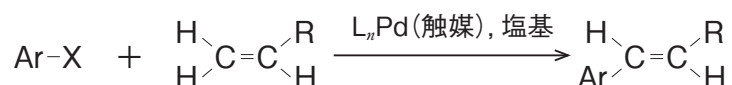
しかし、土壤から大気に放出される気体はそれだけではない。例えば(⑤)は、土壤中のラジウムが α 線を出した後に生じる。ただ、(⑤)自身も放射線を出して壊変するので、大気中の存在率は通常は高くない。また、土壤での様々な核反応に伴って(⑥)も放出されうる。これは宇宙全体では極めて多量に存在するが、ため、やはり地球上における存在率は低い。

族 周期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
1	H																	He	
2	Li	Be												B	C	N	O	F	Ne
3	Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar	
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr	
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe	
6	Cs	Ba	ランタノイド	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	
7	Fr	Ra	アクチノイド	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds	Rg								
		La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu			
		Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr			

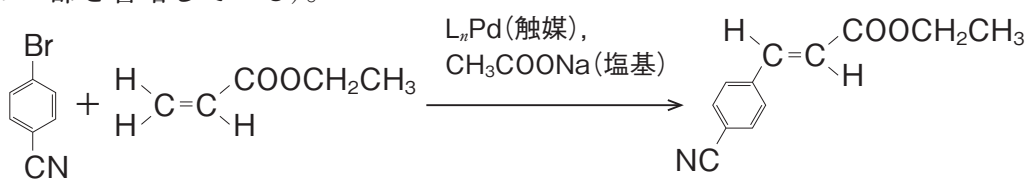
2010年のノーベル化学賞は「有機合成におけるパラジウム触媒クロスカップリング」の研究で、Richard F. Heck 氏、根岸英一氏、鈴木章氏の3人に授与された。クロスカップリングとは種類の異なる原子団どうしをつなぐ反応のことで、有機化学において重要性の高い反応である。彼らが開発したパラジウム触媒を用いて炭素-炭素結合を作る反応は、医薬品や工業製品の材料をはじめとする様々な有機化合物の合成に用いられている。

問1 これまであなたが学習してきた中で、触媒を作用させることで反応の速さが大きくなる反応の1つを化学反応式で示し、その触媒の物質名を記せ。

1970年代初めに Heck が発見した Heck 反応は、以下のように C-X 結合(X はハロゲン:Cl, Br, I)を持つ有機ハロゲン化物(特にハロゲン化アリール ArX と呼ばれるベンゼン環を含む化合物)と分子の末端の炭素原子が C=C 二重結合を形成している化合物を結合(カップリング)させる反応である。Heck よりわずかに早く、独自に反応を発見した溝呂木氏の名前を加え、溝呂木-Heck 反応とも呼ばれる。



L はパラジウムに配位結合している電気的に中性の原子団を表しており、 n は 1~4 の整数である。また、R は結合端に C を持つ基を表す。以下に Heck 反応の例を挙げる(ただし、生成物の一部を省略している)。



問2 上の反応では、 L_nPd は、4-ブロモベンズニトリルとアクリル酸エチルをカップリングさせる触媒として繰り返し利用される。4-ブロモベンズニトリル 5.0×10^{-2} mol とアクリル酸エチル 5.5×10^{-2} mol に、 L_nPd を 1.0×10^{-4} mol 加えて生成物を合成することを考える。反応が完全に進むとすると、1分子の L_nPd は、触媒として平均して何回反応に利用されるか。

問3 Heck 反応は原料と触媒以外に、副生成物として生じるハロゲン化水素を中和するための塩基を必要とする。上の反応では塩基として酢酸ナトリウムを用いている。酢酸ナトリウムと副生成物との中和反応の化学反応式を示せ。

問4 この反応を空気中で行うとパラジウム触媒が空気中の酸素によって酸化されてしまう。これを防ぐためには、反応をどのような気体中で行う必要があるか。一例を挙げよ。

1972年に根岸らが発見した根岸クロスカップリング反応は、C-X結合を持つ有機ハロゲン化物(ハロゲン化アリールなど)と、C-Zn結合を持つ有機亜鉛化合物(アリール化合物など)を反応させてC-C結合を生成する反応である。これらの原料化合物は単に混合しただけでは反応しないが、パラジウム触媒を加えることによって、両者を比較的温和に反応させることができる。下図およびこれ以降、RやR'は結合端にCを持つ基を表す。

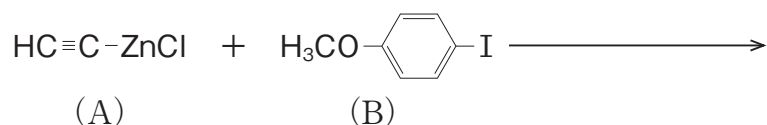
電子は、C-X結合ではハロゲン側に引きつけられ、C-Zn結合では炭素側に引きつけられている。このため、各原料化合物中のクロスカップリング反応によって結合する炭素原子は、帯電することになる。



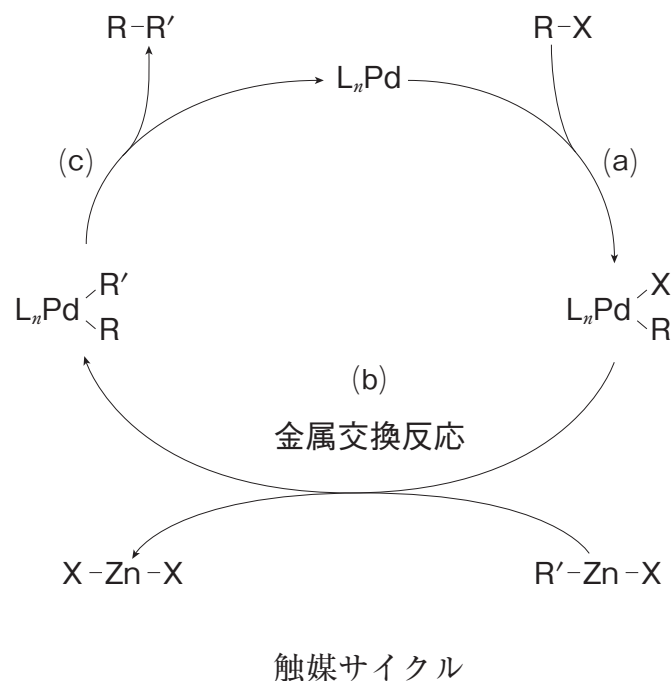
(注) R, R'として用いることのできる化合物には、実際は様々な制約があり、アリール化合物や炭素-炭素二重結合を持つ化合物などが主に使われる。

問5 次の2種類の化合物(A), (B)を原料として根岸クロスカップリング反応を行うことを考える。

- (1) 生成する有機化合物の構造式を示せ。
- (2) 化合物(A), (B)を構成する炭素原子のうち、この反応によって結合することになる炭素原子をそれぞれ1つずつ選び、それらの炭素原子の帯電状態を答えよ。答えは解答用紙の(A), (B)の構造式に、「 $\delta +$ 」「 $\delta -$ 」を書き加えることで示せ。



根岸クロスカップリング反応の機構は以下のような図(触媒サイクル)で表すことができる。パラジウム触媒 $L_n\text{Pd}$ は C-X 結合の間に取り込まれ(反応(a)), さらに C-Zn 結合を持つ化合物と金属交換(トランスメタル化)反応を起こし, Pd-X 結合を Pd-C 結合に変える(反応(b))。C-Pd-C となった状態からパラジウム触媒が脱離することで C-C 結合が生成する(反応(c))。このように、パラジウム触媒は2つの反応物の中に入ってカップリングを仲介した後、サイクルを一周してもとの形に戻る。

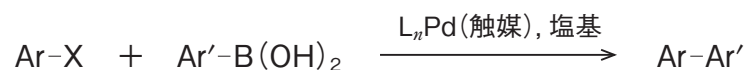


電気陰性度の異なる原子が共有結合すると電子の分布に偏りが生じ、これによって原子のまわりの電子密度が減少したり、増大したりする。例えば触媒サイクルの反応(a)では、パラジウム原子のまわりの電子密度は減少する。

問6 反応(b), (c)では、パラジウム原子のまわりの電子密度はどのように変化しているか。それぞれの反応について「減少」、「増大」、「減少も増大もしない」のいずれかで答えよ。

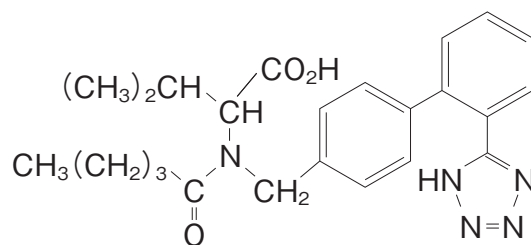
問7 反応(a)でパラジウム原子の電子密度が減少する理由を、80字程度(100字以内)で説明せよ。

1979年に鈴木と宮浦が発見した鈴木-宮浦クロスカップリング(鈴木クロスカップリング)反応は、有機亜鉛化合物ではなく、C-B結合を持つ有機ホウ素化合物(アリアル化合物など)を有機ハロゲン化物(ハロゲン化アリアル ArX など)と化合させる反応である。この反応は、ホウ素の毒性が小さいこと、反応条件が温和であり空気中で扱えること、水分の影響を受けにくいこと、C-B結合を持つ化合物を入手・合成しやすいこと、副生成物である無機化合物を除去しやすいことなど多くの優れた点があり、化学工業において様々な場面で使われている。



(注) ここでは簡単のため、Ar を用いているが、実際はベンゼン環を含まない化合物が用いられることもある。また、 $-\text{B(OH)}_2$ の他にも様々なホウ素化合物が用いられる。上に挙げたその他のカップリング反応も含めて、用いることが可能な化合物や詳しい反応については、Heck, 根岸, 鈴木をはじめ多くの化学者によって研究が行われてきた。

問8 高血圧の薬として合成されたバルサルタンは、鈴木カップリングによって初めて供給可能になった有用な物質の1つである。鈴木カップリング反応により、バルサルタンを合成する際に必要な2つの反応物として考えられるものを、構造式で1組示せ。



バルサルタン (高血圧薬)

インスリンは、医薬品として非常に重要であるが、人の手で合成するのはとても難しく、これらの物質を生産するように“プログラムされた”大腸菌によって生産されている。現在、多くの医薬品がこのように遺伝子操作を受けた大腸菌によって作られており、遺伝子組換え技術はなくてはならないものとなっている。

では、この遺伝子組換えが具体的にどのように行われているのかみてみよう。

遺伝子操作においては、制限酵素とよばれる酵素が必要不可欠である。制限酵素は、DNA の特定の塩基配列を認識し、切断することができる。制限酵素の種類によって、認識できる塩基配列、そしてその切り方が異なっている。

下の図1に、塩基配列 GAATTC を認識して切断する制限酵素の例を示す。



図1 制限酵素 (EcoRI) のはたらき

この酵素では、DNA の GAATTC という塩基配列を認識し、図1のようにDNA鎖を切断している。DNAにおける相補的な塩基対 G-C と A-T は、水素結合という弱い結合でできているため、DNAの糖-リン酸結合を切断されると簡単に離れてしまう。

制限酵素によってDNAが切断されたか否かは、電気泳動という操作を行うことで簡単に確認できる。電気泳動とは、寒天やポリアクリルアミドのようなゲルの中にDNAを入れて電圧をかけることで、DNAを長さごとに判別する手法である。ゲルの中にDNAを入れて電圧をかけると、酸性物質であるDNAは(+)極、(-)極どちらか一方の電極にひきつけられる。このときの移動速度は、分子が大きければ大きいほど遅くなるので、DNAを長さごとに分けることができる。つまり、制限酵素によってDNAが複数箇所で切断されていれば、ゲル上に複数のDNAが観察できる。(図2)

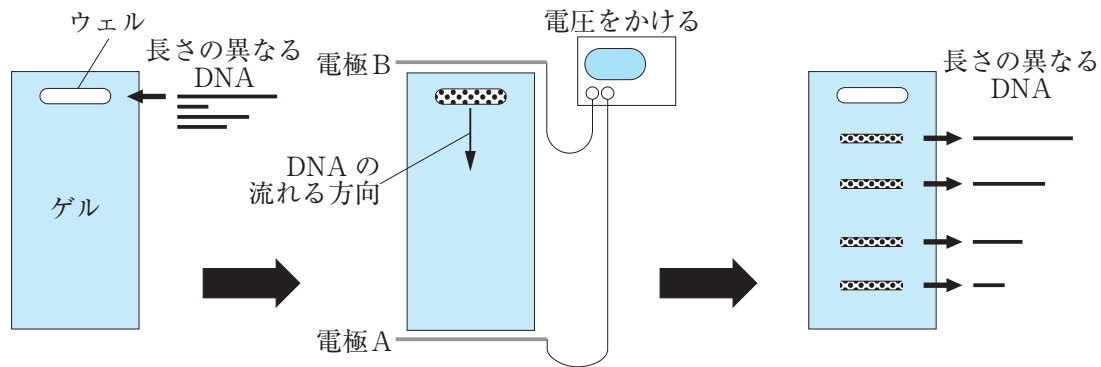


図2 DNAの電気泳動の方法

問1 図2のようなゲルに開けられたくぼみ(ウェルという)にDNAを入れて、電気泳動を行いたい。ウェルから電極Aの方向にDNAを移動させたいとき、電極Aには電源装置の(+)極、(-)極のどちらをつなげればよいか。その理由も含めて答えよ。

図3は、大腸菌に含まれる環状のDNA(プラスミド)を異なる制限酵素で切断した後、電気泳動を行ったゲルの模式図である。

(ア)のレーンには制限酵素を加えなかった環状DNAを入れて電気泳動を行った。直線状のDNAと異なり、環状DNAは様々な形を取りうるため、きれいな線(バンド)として確認しにくい。

(イ)、(ウ)、(エ)のレーンには、同じ環状DNAをそれぞれPflmI、BamII、HindIIIという名前の制限酵素で切断したものを入れた。

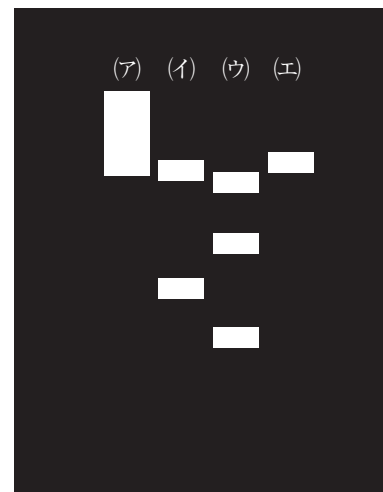


図3 DNAの電気泳動の結果

問2 この電気泳動の結果から、制限酵素サイト(制限酵素が認識し切断するDNAの塩基配列)が何箇所あるかがわかる。それぞれの酵素について、その環状DNAの制限酵素サイトの数を答えよ。ただし1つのバンドには1種類のDNAしか含まれないとする。

制限酵素はDNAを切断する酵素であるが、切断されたDNAを結合させる酵素も存在する。それがリガーゼである。リガーゼはウイルスから見つかった酵素で、ウイルスが自分自身のDNAを宿主のDNAと結合させるときに使われる。図4のように水素結合によって互いに引き付けあっているDNAにリガーゼを加えると、リガーゼがDNAの糖-リン酸結合を形成し、切断されていたDNA鎖をつなぐ。

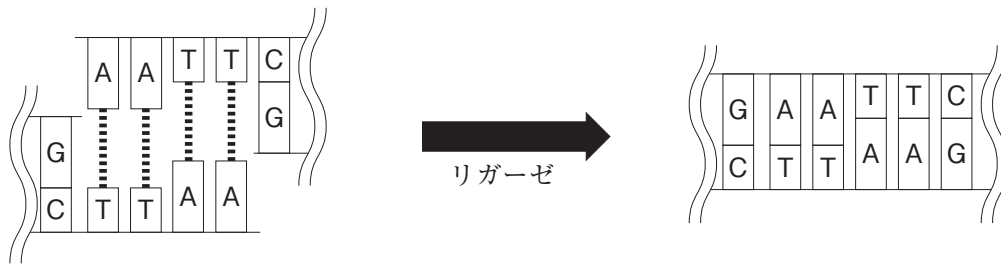


図4 リガーゼのはたらき

大腸菌に、インスリンのようなタンパク質を生産させるためには、そのようなタンパク質の情報をコードしたDNA（インサートという）をベクターと呼ばれる運び屋DNA とつないでから、大腸菌の中に入れる必要がある。しかし、ベクターもインサートも混ぜ合わせただけではつながらない。そこで両者に共通の配列部分を探し出し、切り口の塩基配列が同じ制限酵素で切断して混ぜ合わせ、その切り口をリガーゼで結合させて環状DNAをつくる（図5）。そして、それを大腸菌に導入するという手法で、遺伝子組換えは行われる。

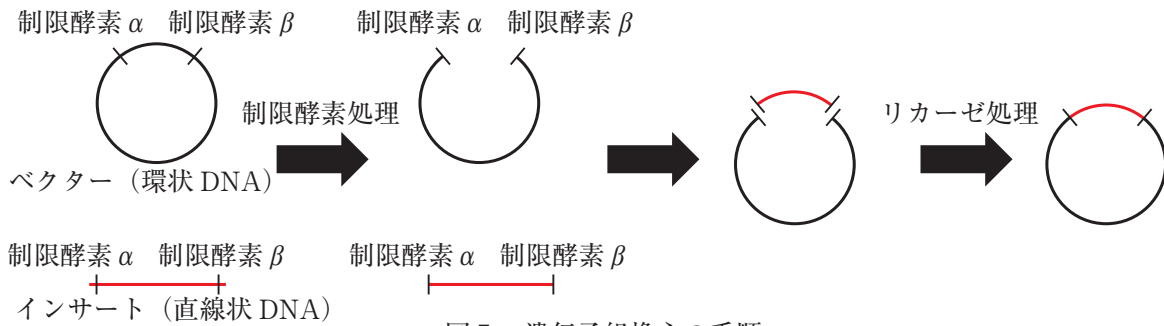


図5 遺伝子組換えの手順

問3 図5の手順にならって、図6のインサート(直線状DNA)を図7のベクターに挿入したい。ベクター、インサートのそれぞれに利用する適当な制限酵素の名称を、選択群の中から選び、制限酵素名を答えよ。なお、選択群の制限酵素には、その名称、認識する塩基配列およびDNA鎖の切り方が、また、ベクター(環状DNA)上の名称は、それぞれの制限酵素が認識する部分を示している。



図6 インサート(直線状DNA)の塩基配列

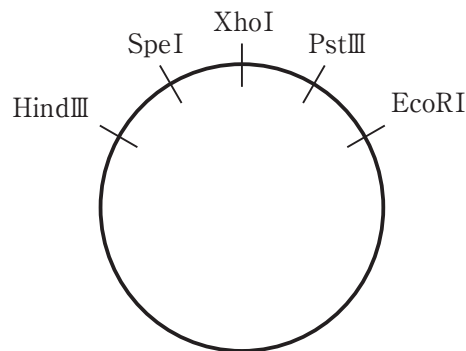


図7 ベクター(環状DNA)上の制限酵素認識部位

選択群 制限酵素(名称・認識塩基配列・切断部位)

<p>BstYI</p> <pre> A G A T C T T C T A G A </pre>	<p>PciI</p> <pre> A C A T G T T G T A C A </pre>	<p>XhoI</p> <pre> C T C G A G G A G C T C </pre>
<p>EcoRI</p> <pre> G A A T T C C T T A A G </pre>	<p>SpeI</p> <pre> A C T A G T T G A T C A </pre>	<p>PstIII</p> <pre> C T G C A G G A C G T C </pre>
<p>HindIII</p> <pre> A A G C T T T T C G A A </pre>	<p>XbaI</p> <pre> T C T A G A A G A T C T </pre>	

生物は、細胞内で有機物を分解し、有機物中に蓄えられているエネルギーを取り出すことで、生命活動に必要なエネルギーを得ている。動物や植物は、細胞内で酸素(O_2)を用いて有機物を分解し、エネルギーを得ている。この過程を呼吸といい、呼吸により分解される有機物を呼吸基質という。おもな呼吸基質である炭水化物あるいは□①が呼吸で分解されると、二酸化炭素(CO_2)と水(H_2O)が生成され、エネルギーが□②に蓄えられる。外界から O_2 を取り入れたり、呼吸の分解産物の CO_2 を外界に放出したりする過程を外呼吸といい、細胞内で O_2 を用いて有機物を分解しエネルギーを取り出す過程を細胞呼吸という。

動物には、カイメンやクラゲのように酸素消費速度が低かったり、□③のように扁平で外界から内部の細胞までの距離が短かったりするもので、外呼吸のための特別な器官をもたないものもあるが、外呼吸器官とこれに加えて、外呼吸器官と細胞との間の O_2 あるいは CO_2 の輸送に関わる循環系とをもっているものがある。

動物の外呼吸の器官には、サメや□④などの軟骨魚、カツオや□⑤などの硬骨魚、カニやエビなどの甲殻類、タコやイカなどの頭足類などの多くの水生動物の鰓、カエルや□⑥などの両生類、カメや□⑦などの爬虫類、□⑧やヒトなどの哺乳類、スズメやダチョウなどの鳥類といった四肢動物の肺、トンボや□⑨などの昆虫類の気管、クモや□⑩などのクモ類の一部がもつ書肺などが知られている。

昆虫類の気管は、体表近くから始まり、次第に枝分かれしながら個々の細胞まで達する空気を含む管である。 O_2 や CO_2 はこの管を通して移動するので、昆虫にも血液循環系はあるものの外呼吸には関わらない。一方、クモの書肺では、 O_2 や CO_2 を外界と交換する上皮層が空気の層を挟み込んだ形の構造が本のページのように幾層も重なり合っており、書肺と細胞との間の O_2 と CO_2 の輸送には循環系が関わっている。クモの循環系は開放血管系であり、書肺で O_2 を取り込んだ血液は心臓壁に空いた孔(心門)から心臓に吸い込まれて、心臓のポンプ作用によって動脈を通して全身の細胞へと送られる。細胞呼吸の生成物である CO_2 は、血液によって書肺に運ばれ、そこで外界へと放出される。

ある登山家がヒマラヤ山脈のエベレストに登っているとき、ふと見上げるとアネハヅルの一群が峠の遙か上空を悠々と超えてくるのが目撃された。アネハヅルが飛んでいるのは、高度8,000 mほどのところであろうと思われた。その高度では経験を積んだ登山家でも酸素ボンベなしには2時間程度で失神するであろう。鳥類の外呼吸は、 O_2 濃度の低い環境でも、哺乳類よりずっと効率がよいことを示す実験がある。マウスとスズメを大きな密閉チャンバーに入れて高度6,100 mに相当する気圧まで減圧したところ、マウスは息絶え絶えになったが、スズメは元気いっぱい飛び上がることさえできた。

鳥類の外呼吸の秘密を探る研究が行われ、次のことがわかっている。

- (1) 鳥類の呼吸系は、気管、気管支、^{くうきのう}空気嚢と肺からなる(図1)。哺乳類の呼吸系にも、気管、気管支と肺はあるが、空気嚢はない。
 - (2) 鳥類の呼吸系は、気管支と空気嚢の繋がりなど複雑であるが、簡単にモデル化すると図2のようになる。
 - (3) 鳥類の肺には傍気管支という管があり、その内壁にたくさんの毛細空気管がある(図1右上)。毛細空気管は毛細血管と密に接しており、ここが外呼吸の場である。傍気管支では、空気は一定の方向に流れている。哺乳類では、気管支が細かく枝分かれしていき、その先端に肺胞という小さな空気胞があり、その内壁が外呼吸の場である。呼気の際に肺が収縮しても肺胞は少し小さくなるだけなので、吸気の際にも肺胞には古い空気が残っている。
 - (4) 空気嚢内の O_2 と CO_2 の濃度は、前部空気嚢と後部空気嚢で大きく異なる(図1)。
 - (5) 鳥類と哺乳類では、肺の体積や呼吸量・頻度に大きな違いがある(表1)。にもかかわらず、表1の条件下での O_2 消費速度に鳥類と哺乳類で違いはない。
 - (6) 吸い込んだ空気は、空気嚢に入り、呼吸系を流れていき、呼吸の数サイクルを経た後にほぼ完全に排出される(図3)。
 - (7) 前部空気嚢と後部空気嚢は吸気の際に同時に拡張し、呼気の際にも同時に収縮する。肺自身は呼吸を通してその大きさを変えない。
 - (8) 鳥類と哺乳類の皮膚呼吸は肺での呼吸に比べて無視できるくらい少ない。
- ⑭ これらのことを総合的に考えると、鳥類の呼吸系に関していくつかの考察が行える。

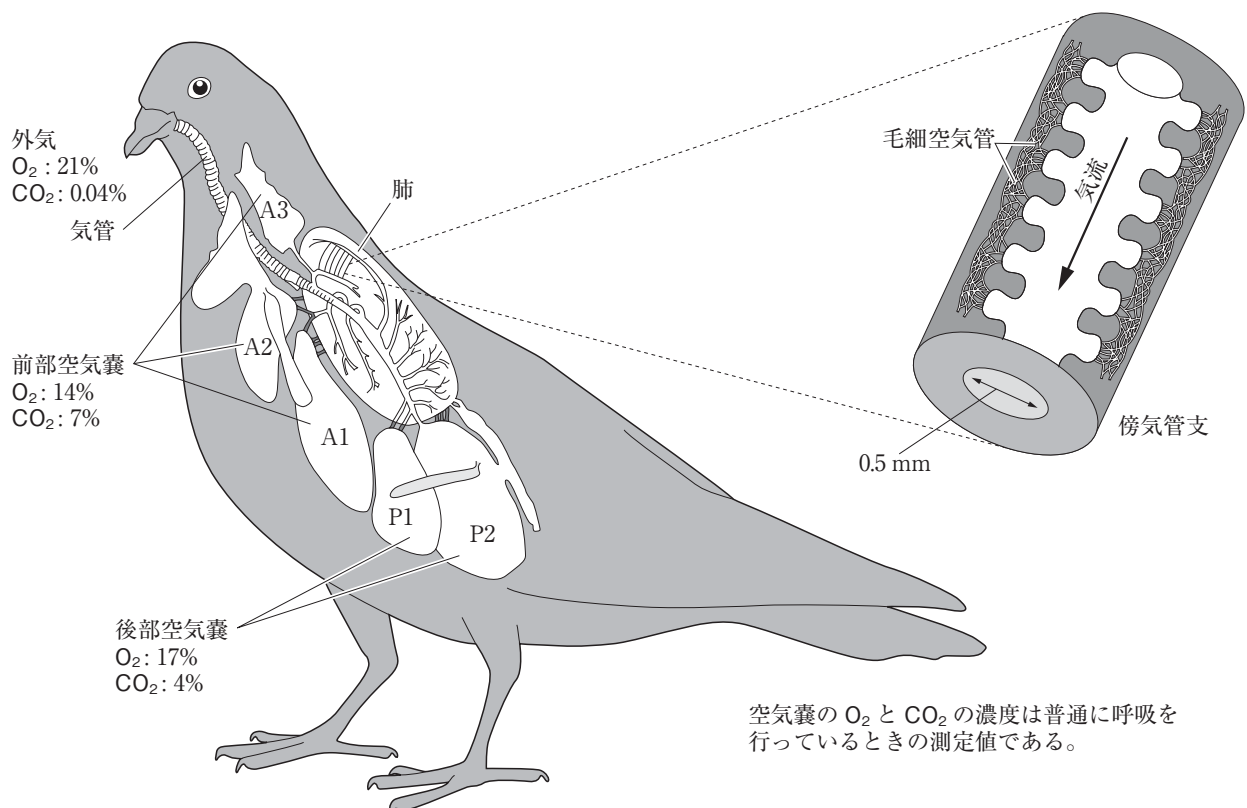


図1 鳥類の呼吸系

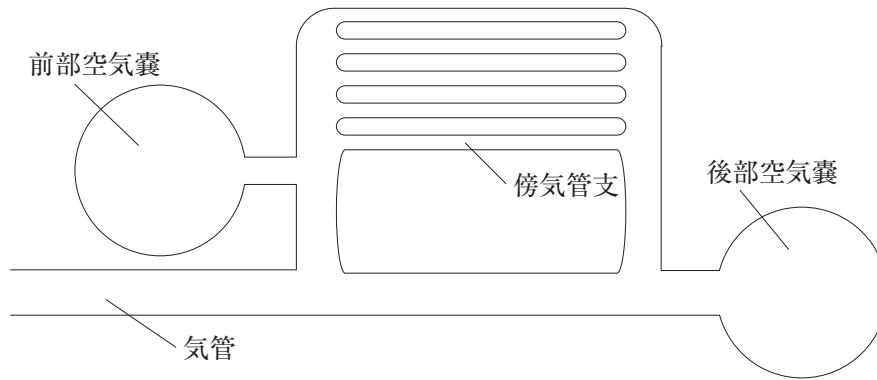
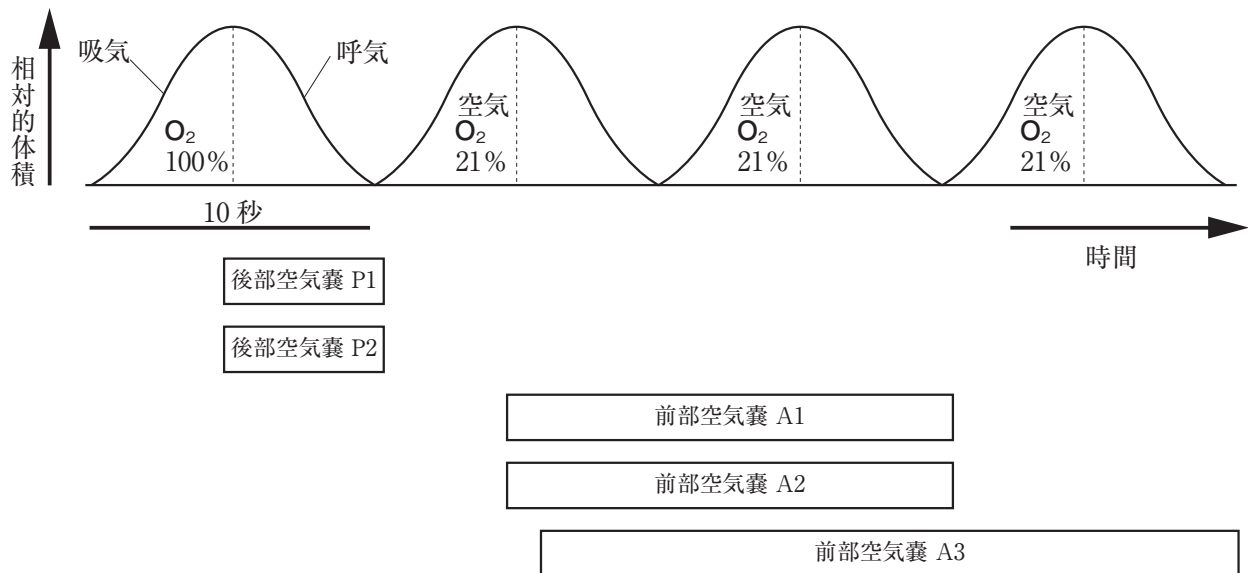


図2 鳥類の呼吸系のモデル

表1 鳥類と哺乳類の呼吸系の比較

	鳥類	哺乳類
肺の容積 (mL)	29.6	53.5
気管の容積 (mL)	3.7	0.9
空気囊の容積 (mL)	127.5	---
呼吸系全体の容積 (mL)	160.8	54.4
1回の吸気の平均体積 (mL)	13.2	7.7
呼吸頻度 (毎分の回数)	17.2	53.5

体重 1 kg の典型的な鳥類と哺乳類の休息状態での測定値を示す。



おとなしくしているダチョウに、1回分の吸気として純粋な O_2 を与えて、空気囊に高濃度の O_2 が現れるのを観測した。空気囊を表す各ボックスの左端で O_2 濃度が上昇を始め、右端で最高値に達した。空気囊の記号 (A1, A2, A3, P1, P2) については図1にしたがう。

図3 鳥類の呼吸系での空気の流れを探る実験の結果

問1 空欄①と②に入れる語句として最も適当なものを，次の(ア)～(カ)のうちからそれぞれ1つずつ選べ。

- | | | |
|---------|-----------|----------|
| (ア) 脂肪 | (イ) タンパク質 | (ウ) アミノ酸 |
| (エ) ATP | (オ) ADP | (カ) 酵素 |

問2 空欄③～⑩に入れる語句として最も適当なものを，次の(ア)～(ソ)のうちからそれぞれ1つずつ選べ。

- | | | |
|-------------|---------|-----------|
| (ア) サンショウウオ | (イ) ムカデ | (ウ) オウムガイ |
| (エ) クジラ | (オ) サソリ | (カ) ヤシガニ |
| (キ) プラナリア | (ク) ヒラメ | (ケ) カタツムリ |
| (コ) ニワトリ | (サ) ワニ | (シ) エイ |
| (ス) カマキリ | (セ) アサリ | (ソ) ナマコ |

問3 下線部⑪の書肺および下線部⑫の動脈に当たるものを，図4のクモの解剖図(縦断面)の記号(ア)～(ス)のうちからそれぞれ1つずつ選べ。

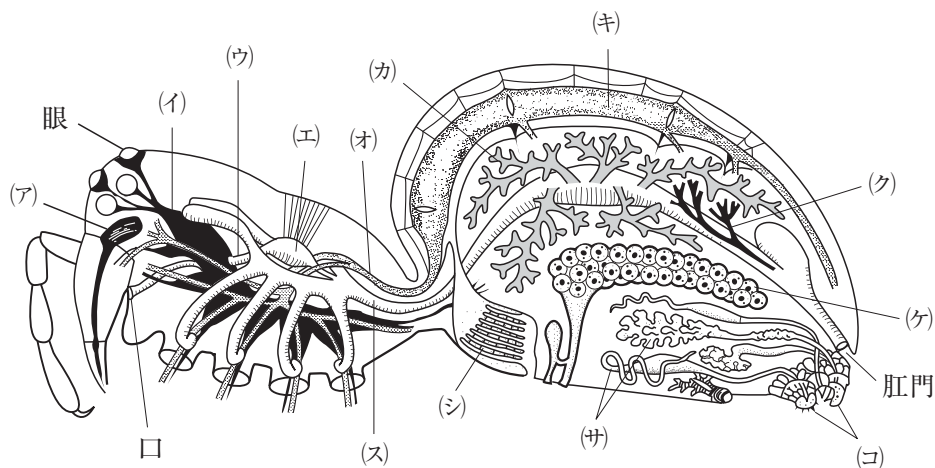


図4 クモの解剖図(縦断面)

問4 下線部⑬に関して、鳥類の呼吸系の呼吸に伴う空気の流れを示すものとして最も適当なものを、次の(ア)~(オ)のうちから1つ選べ。

- (ア) 外界 → 気管 → 前部空気嚢 → 傍気管支 → 後部空気嚢
 ↙ ↘
 後部空気嚢 → 傍気管支 → 前部空気嚢 → 気管 → 外界
- (イ) 外界 → 気管 → 前部空気嚢 → 傍気管支 → 後部空気嚢 → 気管 → 外界
- (ウ) 外界 → 気管 → 後部空気嚢 → 傍気管支 → 前部空気嚢 → 気管 → 外界
- (エ) 外界 → 気管 → 前部空気嚢 → 傍気管支 → 後部空気嚢 → 傍気管支 →
 前部空気嚢 → 気管 → 外界
- (オ) 外界 → 気管 → 後部空気嚢 → 傍気管支 → 前部空気嚢 → 傍気管支 →
 後部空気嚢 → 気管 → 外界

問5 下線部⑭にしたがって試みた次の考察(ア)~(ウ)の正誤について、研究によって得られた知見(1)~(8)から判断して正しいものに○，誤っているものに×を記せ。さらに正誤の理由も述べよ。

- (ア) 外界からの空気は後戻りすることなく傍気管支へと導かれるので、また、気管や空気嚢では酸素が消費されることはないので、 O_2 は外界の濃度を保って肺へと導かれる。
- (イ) 鳥類は哺乳類より同じ体積の吸気からより多くの O_2 を取り入れることができる。
- (ウ) 鳥類は哺乳類より呼吸系全体の容積が表1のように約3倍大きいので、表1の条件下で約3倍の O_2 を取り入れることができる。

遠方の銀河の赤方偏移と後退速度に関する次の文章を読んで、下の問1～5に答えよ。

我々から遠ざかっている銀河が発する光を観測すると、観測される光の波長 λ' は、本来の波長 λ よりも長くなる。これを光のドップラー効果という。光速を c 、銀河の後退速度を V とすると、 λ' は、

$$\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1 + \frac{V}{c}}{1 - \frac{V}{c}}} \quad \dots \text{式1}$$

と表せる。また、

$$z = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} \quad \dots \text{式2}$$

で決まる λ に対する波長の増分の比 z を、赤方偏移という。 z 、 V 、 c の間には、

$$z + \boxed{\text{①}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{V}{c}}{1 - \frac{V}{c}}} \quad \dots \text{式3}$$

という関係がある。天文学の研究では、銀河の輝線スペクトルを観測することにより z を測定し、式3より V を求める。

問1 式3の $\boxed{\text{①}}$ に入れる数値を答えよ。

問2 水素原子が放射する輝線スペクトルである $H\alpha$ 線の本来の波長は656.3 nmであるが、ある銀河からの $H\alpha$ 線を観測してみると、その波長は761.3 nmにずれていた。ここで、1 nm (ナノメートル)は 1×10^{-9} mである。この銀河の後退速度 V (km/s)を、有効数字3桁で答えよ。ただし、光速 c を 3.00×10^5 km/sとする。

問3 次の表は、さまざまな銀河の距離 d と赤方偏移 z を示したものである。それぞれの銀河の後退速度 V を z から求め、横軸を d (億光年)、縦軸を $V(\text{km/s})$ として解答用紙にプロットせよ。

銀河の距離と赤方偏移

距離 d (億光年)	赤方偏移 z
4.50	0.0355
8.90	0.0726
3.55	0.0152
2.63	0.0121
3.29	0.0301
5.74	0.0497
2.69	0.0200
2.32	0.0237
6.39	0.0499
3.42	0.0280
7.04	0.0518
2.78	0.0141
8.02	0.0672
1.32	0.0114
5.02	0.0245
3.72	0.0293
4.92	0.0388

問4 銀河の後退速度 V は、その距離 d に比例することが知られている。これをハッブルの法則という。すなわち、両者の関係は、

$$V = Hd$$

と表される。ここで、 H はハッブル定数とよばれる定数である。**問3** で作成したプロットに、原点とプロットのばらつきの真ん中を通る直線を定規で引いて、 H を $(\text{km/s})/\text{億光年}$ の単位で求めよ。

問5 ハッブルの法則について，次の(1)と(2)に答えよ。

(1) 次の文中の に入れる言葉として最も適切なものを，下の(ア)～(エ)から1つ選べ。

ハッブルの法則は，時間をさかのぼるとすべての銀河が一点に集まることを意味しており，宇宙が している証拠であると考えられている。

(ア) 膨張 (イ) 収縮 (ウ) 回転 (エ) 静止

(2) ハッブル定数の逆数はハッブル時間と呼ばれ，宇宙年齢の指標であると考えられている。問4で求めた H からハッブル時間を求め，億年の単位で答えよ。ただし，1年は 3.16×10^7 s とせよ。

地球上に生きている私たちのまわりには、大気が存在している。私たちは、ふだんの生活では大気存在や大気圧を意識することは少ないが、風が吹いたり、高気圧や低気圧、台風が近づいて来たりすると、それらを意識することがある。この問題では、地球の大気や大気圧について考えてみることにする。

地球の大気については、標準的な大気の状態(標準大気)が示されている。下表はその一例である。以下の問1～7に答えよ。

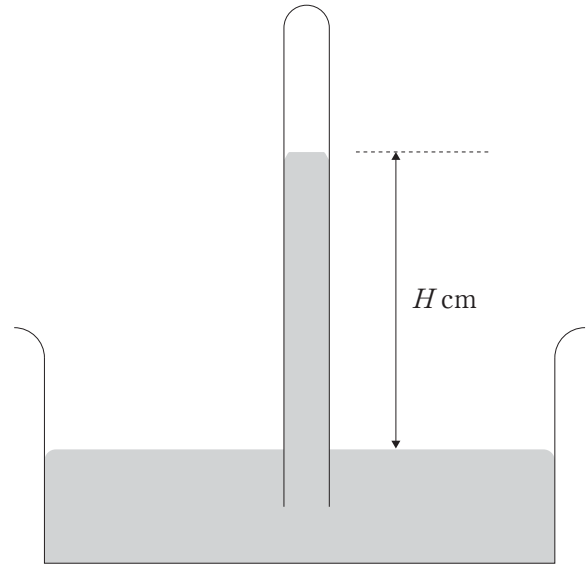
標準大気の高さと気圧

高度(km)	気圧(hPa)
10	264.4
9	307.4
8	356.0
7	410.6
6	471.8
5	540.2
4	616.4
3	701.1
2	795.0
1	898.7
0	1013.3

理科年表(H24年版)より

- 問1** 高度が高くなるにつれて気圧が減少しているが、さらに詳しく調べると高度に対する気圧の変化の割合にはどのような特徴があるか。解答用紙の枠線を適切に使って、上の表のデータをプロットし、なめらかな線で結んでグラフを作成せよ。また、グラフの特徴について説明せよ。
- 問2** 高度が高くなるにつれて、**問1**の特徴のように気圧が変化するのはなぜだと考えられるか。空気の重さによる圧力と空気の圧縮に着目してその理由を説明せよ。
- 問3** 水蒸気を除いた地表付近のおおよその大気の組成(体積比)は、78%が窒素分子、21%が酸素分子、残り1%がアルゴンである。地表付近の空気の平均分子量はいくらになるか。次の原子量を用いて有効数字2桁で答えよ。
 〈原子量〉 窒素 14 酸素 16 アルゴン 40

問4 イタリアの科学者トリチェリーは、17世紀の中頃に、長さ1 m ほどのガラス管に水銀を満たし、水銀が入った容器内で、そのガラス管内に空気が入らないように逆さまに立てる実験を行った。すると、容器の水銀面から約76 cm のところでガラス管内の水銀面が止まり、その水銀面よりも上に水銀はなくなった。トリチェリーは、このことから大気圧を測定できることを示した。



ある日、実験室で1 m のガラス管を使ってトリチェリーの実験を行ったところ、容器の水銀面からガラス管内の水銀面までの高さ H は74.9 cm であった。このことから、その日の大気圧は、何 hPa (ヘクトパスカル) となるか。次の補足説明を参考にして、有効数字3桁で答えよ。

ただし、水銀の密度は $13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、実験室での重力加速度は 9.80 m/s^2 とする。

〈補足説明〉

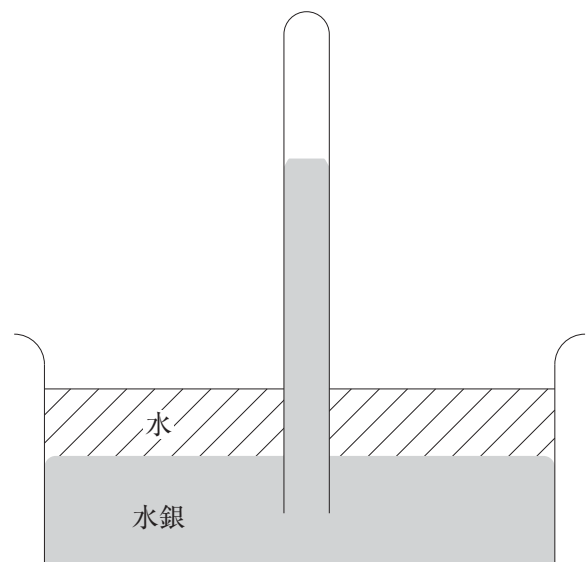
1 m^2 あたり 1 N の力がはたらく場合の圧力を 1 Pa という。

気圧の単位 hPa の h は、100倍(10^2)を表し、1 hPa は100 Pa である。

問5 地表での気圧を1気圧($H=76.0 \text{ cm}$)とし、地球を取り巻く大気の総量を kg の単位で有効数字2桁で求めよ。

ただし、地球は球形で半径は $6.37 \times 10^3 \text{ km}$ 、 $\pi = 3.14$ とする。

問6 問4のトリチェリーの実験装置において、容器の水銀の上に十分な量の水を加えた。そして、ガラス管の下の縁が容器の水の中まで来るようガラス管をゆっくり持ち上げ静止させた。しばらくすると、ガラス管の中はどのようになるか答えよ。



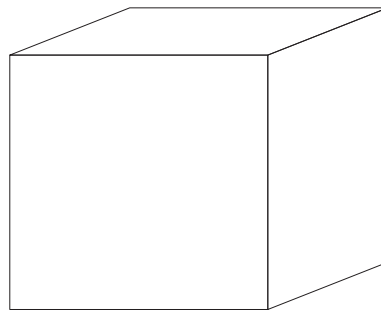
問7 縦50 cm, 横50 cm, 厚さ5 mm の透明で丈夫なアクリル板6枚を使って作られた密閉した立方体の容器(下図)を活用して, 大気圧を上手に利用し次のような水槽を作りたい。

作りたい水槽	この容器の側面に穴を開け, さらに加工し, 空気が入らないよう立方体の中を全て水で満たし, 水槽の側面の穴から手を入れて, 水中を泳ぐ魚を直接手で触ることができる水槽。
--------	--

あなたなら, どのような水槽を作るか。仕組みが分かる水槽の断面図を描き, 水の入っている部分を斜線で示せ。ただし, 寸法の記入は不要である。

また, 水槽の作り方, 及び大気圧をどのように利用するかについてわかりやすく説明せよ。

ただし, 工作用として, 立方体を作っているものと同じアクリル板, アクリル専用カッター, アクリル専用接着剤, 定規等が用意されているものとする。



アクリル板6枚で作られた密閉した立方体の容器

n は自然数とし、次の条件(i)と(ii)を満たす $n \times n$ マスの表を作りたい。

(i) 1 から n^2 までの自然数が1つずつ重複なくマスに書かれている。

(ii) どのように 2×2 マスの正方形を選んでも、そこに書かれている4つの数の和は一定になっている。

以下の問いに答えよ。

問1 上の条件を満たす 3×3 マスの表を1つ作れ。

問2 上の条件を満たす 4×4 マスの表を1つ作れ。

問3 上の条件を満たす 5×5 マスの表を1つ作れ。

黒板に何個かの相異なる自然数が書かれている。これから、2人で、以下のような操作を交互に行うゲームをする。

(操作)「プレイヤーは自分の手番*のとき、黒板に書かれている数から1つの数 a を選び、 a をそれから1を引いた数 $a-1$ に書き直す。このとき、 $a-1=0$ であるか、 $a-1$ が既に黒板に書かれている他のある数と等しければ、今書いたばかりの $a-1$ を1つ黒板から消す。」

自分の手番のとき、黒板に書かれている最後の数を消してしまったプレイヤーが負けになる。このゲームにおいて、両者が最善を尽くした場合に先手が勝つ場合は**先手必勝**であるといい、後手が勝つ場合は**後手必勝**であるという。

例えば、黒板に1, 2が書かれている場合は、先手が2を選ぶと、 $2-1=1$ は黒板に書かれているからそれは消されて1が1つだけ黒板に残る。そのとき、後手は1を選ぶしかないが、 $1-1=0$ なので0は消されて、黒板からすべての数が消えてしまい、後手が負けとなる。よって、黒板に1, 2が書かれている状態は、先手必勝である。

さて、このゲームについて、以下の問いに答えよ。

問1 最初に黒板に相異なる2つの自然数 a , b だけが書かれている場合を考える。先手必勝なのは、 a , b がどのような数のときか。その条件を決定せよ。また、その理由も説明せよ。

問2 最初に黒板に書かれている数がすべて偶数の場合は、先手必勝であることを証明せよ。

※「手番」とは、先手と後手の2人で交互に操作を行うゲームにおいて、操作を行う順番が回ってきた状態をいう。

「A」, 「B」, 「C」, 「D」, 「E」の5種類の「文字」から構成される文字列を考える。このような文字列を「0」と「1」のみからなる記号列(ここでは「符号語」と呼ぶ)に変換することを、符号化と呼ぶ。符号化には、「符号」と呼ばれる、文字と符号語の対応表が用いられる。以下の文章を読み、問1～6に答えなさい。

問1 「A」に「000」, 「B」に「001」, 「C」に「01」, 「D」に「11」, 「E」に「1」を対応づける符号(I)を考える(表1)。この符号を使って、「ACBE」という文字列を符号化すると、「000010011」という符号語が得られる。符号(I)を使って、「CDBE」という文字列を符号化したときに得られる符号語を求めなさい。

文字	符号語
A	000
B	001
C	01
D	11
E	1

表1：符号(I)

問2 問1で求めたような符号語に逆の操作を行い、元の文字列にすることを、ここでは「復号」と呼ぶ。表1の符号(I)を用いて、「000010011」という符号語を元の文字列に復号してみる。まず、先頭の「0」だけに注目すると、復号する文字の候補として「A」, 「B」, 「C」が考えられるが、続きを見ると「000」が「A」に対応していることがわかる。同様にして、続く「01」は「C」に対応し、続く「001」は「B」に対応している。一連の作業から残りの「1」は「E」に対応することがわかり、「ACBE」という文字列に復号できる。このとき、符号語「000010011」から復号される符号語は「ACBE」しかないこともわかる。

しかし、「ADE」, 「AED」, 「AEEE」という3つの文字列の場合は、いずれも符号(I)で符号化すると「000111」という同じ符号語になる。すなわち、「000111」から元の文字列を一意的に復号することはできないということになる。

以下の文字列のうち、符号(I)で符号化して得られた符号語が、一意的に復号できないものをすべて選び記号で答えなさい。

- (ア) CBA (イ) BCE (ウ) DAB (エ) EBC

問3 どのような文字列であっても、符号語が元の文字列に一意的に復号できる場合に、その符号を「一意的復号可能な符号」と呼ぶ。表2に示す符号(Ⅱ)は一意的復号可能な符号の例である。

文字	符号語
A	000
B	001
C	010
D	011
E	100

表2：符号(Ⅱ)

以下の、表3の符号(Ⅲ)、表4の符号(Ⅳ)、表5の符号(Ⅴ)の中から、一意的復号可能な符号をすべて選びなさい。なお、解答は符号の名前で答えること。

文字	符号語
A	10
B	11
C	01
D	001
E	000

表3：符号(Ⅲ)

文字	符号語
A	10
B	11
C	100
D	011
E	001

表4：符号(Ⅳ)

文字	符号語
A	1
B	01
C	001
D	0001
E	00001

表5：符号(Ⅴ)

問4 符号を図1に示す「2分木」と呼ばれる方法で表現してみる。2分木では、左端の「★」を起点として、上下2つに分かれる枝が右方向に広がっていく。この際、上に分かれる枝には「0」というラベルを、下に分かれる枝には「1」というラベルを付けることにする。

図1は、符号(Ⅲ)を2分木で表現している。図1で「★」から「A」に至るには、「1」と「0」という枝をこの順でたどればよいので、「A」が「10」という符号語に対応していることが表現されている。同様に、「B」が「11」に、「C」が「01」に、「D」が「001」に、「E」が「000」に対応していることが表現されている。なお、「A」のように枝を伸ばした右端にある点を「葉」と呼ぶ。この2分木には、ほかにも「B」、「C」、「D」、「E」という葉がある。

表4の符号(Ⅳ)と表5の符号(Ⅴ)をそれぞれ2分木で表現しなさい。なお、その際に余分な枝は省いて表現してもよい。

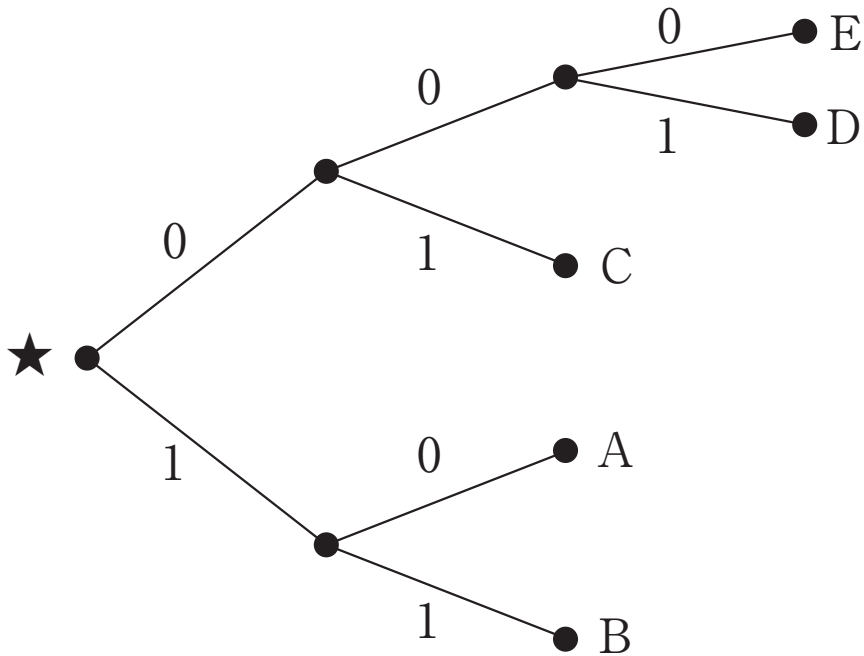


図1：符号(Ⅲ)の2分木表現

問5 一意的復号化が可能な符号であっても、復号の手続きが容易に行えるとは限らない。例えば、表6の符号(VI)を用いて符号化した符号語「00111101011」を復号するには、最終的に「AAEBC」に復号するまで、次のような場合分けを行い、それぞれの成否を判別することが必要になる。

- ・ 場合1：0(A)0(A)1111(E)0(A)1011(該当無し) → 復号失敗
- ・ 場合2：0(A)0(A)1111(E)01(B)011(C) → 復号成功
- ・ 場合3：0(A)011(C)1101011(該当無し) → 復号失敗
- ・ 場合4：0(A)0111(D)101011(該当無し) → 復号失敗
- ・
- ・
- ・
- ・

文字	符号語
A	0
B	01
C	011
D	0111
E	1111

表6：符号(VI)

符号の中には、表6の符号(VI)のように、符号語の区切りを判別するのに場合分けを必要とするものと、そうでないものがある。表6の符号(VI)を2分木で表現すると、図2のようになる。図2では、「A」、「B」、「C」、「D」が同じ枝の上に存在するため、どの符号語にあたるのかを判別するのが難しい。

これに対して、図3に示した表2の符号(II)では、「A」、「B」、「C」、「D」、「E」が異なる枝の葉にあるため、符号語の区切りを、場合分けを経ることなく容易に判別することができる。このように、一意的復号化が可能な符号であっても、符号語の区切りを容易に判別できないものもある。

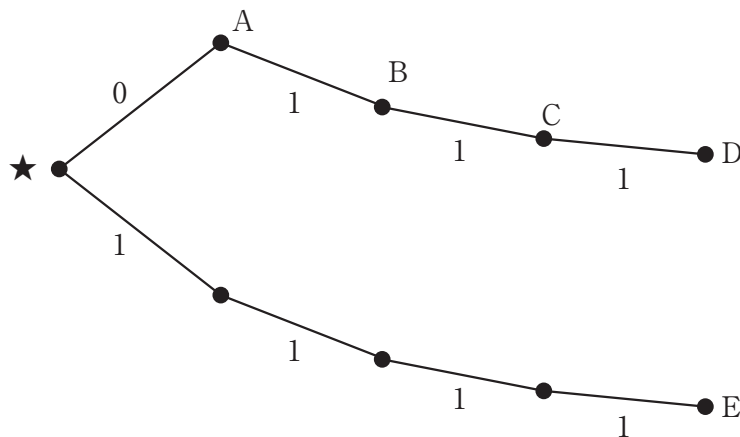


図2：符号(VI)の2分木表現

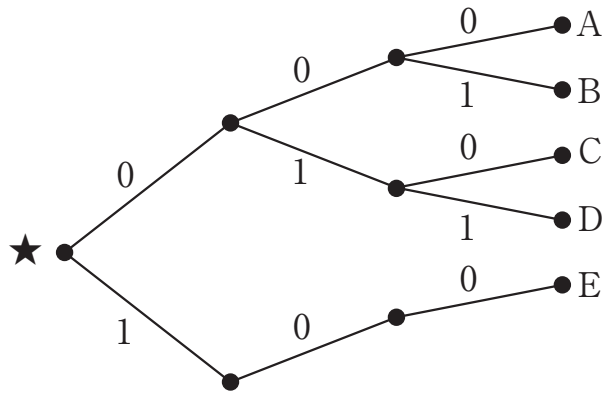


図3：符号(Ⅱ)の2分木表現

次の表7の符号(Ⅶ), 表8の符号(Ⅷ), 表9の符号(Ⅸ)の中から符号語の区切りが容易に判別できる符号をすべて選びなさい。なお, 解答は符号の名前で答えること。

文字	符号語
A	00
B	01
C	10
D	110
E	111

表7：符号(Ⅶ)

文字	符号語
A	10
B	111
C	100
D	00
E	110

表8：符号(Ⅷ)

文字	符号語
A	0
B	10
C	110
D	1110
E	11110

表9：符号(Ⅸ)

問6 以下の(ア)~(エ)の命題のうち正しいものの記号をすべて選びなさい。また、命題のうち誤りのあるものすべてについて、記号とそれぞれの反例を記述しなさい。

- (ア) 「A」, 「B」, 「C」, 「D」, 「E」の各々に対して、互いに異なる3桁の符号語を対応づける符号は、一意的復号可能な符号である。
- (イ) 「A」には1桁の符号語を, 「B」には2桁の符号語を, 「C」には3桁の符号語を, 「D」には4桁の符号語を, 「E」には5桁の符号語をそれぞれ対応づける符号を考える。このような性質を持つ符号は、常に一意的復号可能な符号になる。
- (ウ) 「ABABDDCE」という文字列を考える。この文字列を表2の符号(Ⅱ)から表5の符号(V)までの符号を用いて符号化したとき、一意的復号可能な符号の中で、この文字列を最も短い符号語に符号化できるのは符号(Ⅱ)である。
- (エ) 表2の符号(Ⅱ)から表5の符号(V)までの符号を用いて、任意の文字列を一意的復号可能な符号語に符号化することを考える。このとき、表2の符号(Ⅱ)によって符号化された符号語の長さ(L)は、最短となる符号語の長さ(M)と比べて、常に2倍以内に収まる。すなわち、 $L \leq 2M$ という関係が常に成立する。

縦横9つのブロックで構成された白黒画像(白い画素と黒い画素から構成される画像)が与えられているとき、その中に黒い画素のかたまりがいくつあるのかを数えたい。図1に示す白黒画像では、この中に黒のブロック(辺を介して隣り合った黒い画素のかたまり)が2つあることが判別できる。同等の作業をコンピュータで実現するにはどうすればよいのかを考えるのがここでの課題である。

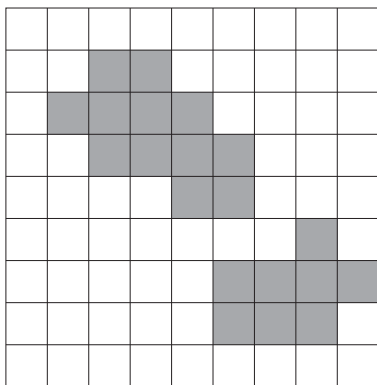


図1

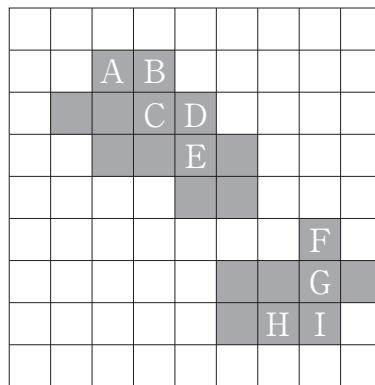


図2

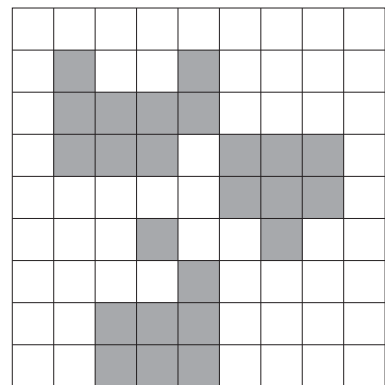


図3

次の問1～3に答えなさい。

問1 まず「黒のブロック」の定義を明確化しておく必要がある。以下の文章を読み、文中の空欄①～④に当てはまる最も適切な文を、次ページの選択肢から選びなさい。また、空欄⑤に当てはまる数字を答えなさい。

〔定義1：2つの画素の隣接〕

2つの画素が隣接しているとは、それらの画素が1つの辺を共有している状態を指すものとする。図2を例にとると、画素AとBは隣接しているが、画素AとDは隣接していない。また、画素AとCは頂点では接しているものの、辺を共有していないので隣接していない。同様に、FとGの画素は 。また、GとHの画素は 。

〔定義2：2つの画素の連結〕

2つの画素が連結されているとは、それらの画素が同一色の隣接する画素を順にたどることによって、互いに行き来できる状態にあることを指すものとする。図2を例にとると、画素AとB、画素BとC、画素CとDというように同一色の隣接する画素を順にたどることによって、画素Aから画素Dへ(または画素Dから画素Aへ)と移動することができる。したがって、画素Aと画素Dは連結されているといえる。一方、画素Aと画素Fとの間には、それらを結びつけるような同一色の隣接する画素の組み

合わせが存在しない。よって、画素Aと画素Fは連結されていないといえる。同様に、画素Cと画素Gは 。また、画素Fと画素Hは 。

[定義3：黒のブロック]

黒のブロックとは、互いに連結された黒の画素の集合を指すものとする。画素A～画素Eは同一色で、かつ互いに連結されているので同じ黒のブロックに属する。一方、画素F～画素Iも同一色で互いに連結されているが、画素A～画素Eとは別の黒のブロックに属する。よって図2の中には、黒のブロックが2個ある。同様に、図3の中には黒のブロックが 個ある。

～ の選択肢

(ア) 隣接している	(イ) 隣接していない
(ウ) 連結されている	(エ) 連結されていない

問2 次に黒のブロックがいくつあるかを数えるための手順を考える。ここでは、手順として次の3つのステップを順次実行することにする。以下の文章を読み、文中の空欄⑥～⑪に当てはまる数字を答えなさい。

[ステップ1：数字の割当]

画像中のすべての画素を、図4の矢印で示された順にたどりながら各画素に数字を割り当てていく。ここでは、白の画素に対しては常に0を割り当て、黒の画素に対しては1以上の整数を昇順に割り当てることにする。実際に数字を割り当てた例を図5に示す。図6の画像に対しても同様に数字を割り当てると、画素Jには が、画素Kには が割り当てられる。

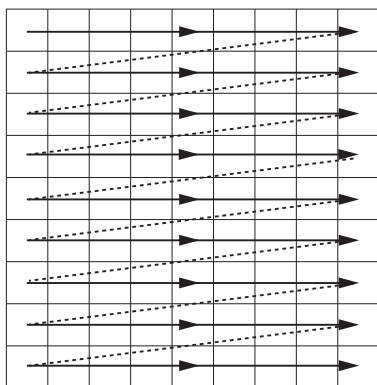


図4

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	2	0	0	0	0	0	0
0	3	4	5	6	0	0	0	0	0
0	0	7	8	9	10	0	0	0	0
0	0	0	0	11	12	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	13	0
0	0	0	0	0	14	15	16	17	0
0	0	0	0	0	18	19	20	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

図5

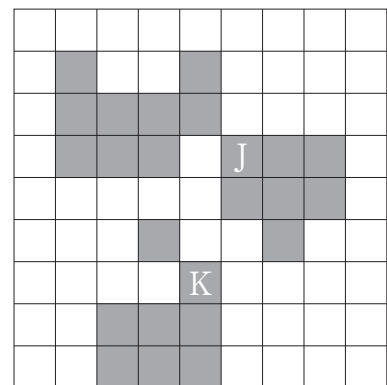


図6

[ステップ2：数字の更新]

画像中のすべての画素を、再び図4に示された順にたどりながら黒の画素に割り当てられた数字を一つずつ更新していく。更新の際に上下左右の画素に割り当てられた数字を順に調べ、すでに割り当てられている数字よりも大きい数字があれば、その数字に置き換えることにする。

例えば、図7において「1」が割り当てられている画素の数字を更新する場合は、上下左右の画素の数字は順に「0, 4, 0, 2」なので、図8のように画素の数字は「1」から「4」に置き換えられる。すべての黒の画素に割り当てられた数字の更新を終えると、図9に示すように画素Lの数字は⑧に、画素Mの数字は⑨になる。

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	2	0	0	0	0	0	0
0	3	4	5	6	0	0	0	0	0
0	0	7	8	9	10	0	0	0	0
0	0	0	0	11	12	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	13	0	0
0	0	0	0	0	14	15	16	17	0
0	0	0	0	0	18	19	20	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

図7

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	4	2	0	0	0	0	0	0
0	3	4	5	6	0	0	0	0	0
0	0	7	8	9	10	0	0	0	0
0	0	0	0	11	12	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	13	0	0
0	0	0	0	0	14	15	16	17	0
0	0	0	0	0	18	19	20	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

図8

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	4	5	0	0	0	0	0	0
0	4	7	8	9	0	0	0	0	0
0	0	8	L	11	12	0	0	0	0
0	0	0	0	12	12	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	16	0	0
0	0	0	0	0	18	19	20	M	0
0	0	0	0	0	19	20	20	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

図9

図5の画像に対してステップ2を何度か繰り返すと、図10に示したような数字が割り当てられ、それ以上は変化しなくなる。同様に、図6の画像に対してもステップ2を何度か繰り返すと、最終的には図11に示されている数字の割り当てが得られる。ここで、画素Pに割り当てられた数字は⑩、画素Qに割り当てられた数字は⑪である。

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	12	12	0	0	0	0	0	0
0	12	12	12	12	0	0	0	0	0
0	0	12	12	12	12	0	0	0	0
0	0	0	0	12	12	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	20	0	0
0	0	0	0	0	20	20	20	20	0
0	0	0	0	0	20	20	20	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

図10

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	9	0	0	9	0	0	0	0	0
0	9	9	9	9	0	0	0	0	0
0	9	9	9	0	P	P	P	0	0
0	0	0	0	0	P	P	P	0	0
0	0	0	Q	0	0	P	0	0	0
0	0	0	0	24	0	0	0	0	0
0	0	24	24	24	0	0	0	0	0
0	0	24	24	24	0	0	0	0	0

図11

[ステップ3：黒のブロック数]

ステップ2を実行すると、最終的にはブロックごとに異なる数字が割り当てられる。そこで、ステップ3では、画像中のすべての画素をあらためて図4に示された順にたどりながら、割り当てられた数字のうち0以外のものの種類を数える。図10の場合には、0以外に12と20の2種類の数字があるので、黒のブロックが2個あることがわかる。図11についても同様に、黒のブロックの数を求めることができる。

《コンピュータによる作業の具現化》

ステップ1からステップ3までの手続きをコンピュータで実行できるようにするためには、各ステップの処理手順を具体的なアルゴリズムで示す必要がある。ここでは、ステップ3の処理手順について考える。

ステップ3では、画素に割り当てられた数字の種類を数えることによって、黒のブロックの数を割り出した。この手続きを直接アルゴリズムに直すこともできるが、より簡潔なアルゴリズムを導くために追加観察を行うことにした。まず、ステップ2の手続きを振り返ると、画素の中には割り当てられた数字が更新される画素もあれば、数字が更新されない画素もあることに気づく。特に、各ブロックの中で最も大きな数字が割り当てられた画素については、ステップ2を何度繰り返してもその数字が変わることはない。このようなことから、ステップ1で割り当てられた数字に最後まで変更のなかった画素を数えると黒のブロックの数がわかる。

以上を踏まえて、ステップ3の手続きを具体的なアルゴリズムにする。なお、変化がなくなるまでステップ2を実行し、最終的に各画素に割り当てられた数字は、図12のように9×9の2次元配列 **Number** に格納されているものとする。2次元配列の添字は、画素の“行番号”と“列番号”を、[行番号, 列番号]という規則で付けられている。

添字	[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]	[1, 4]	[1, 5]	[1, 6]	[1, 7]	[1, 8]	[1, 9]
値	0	0	0	0	0	0	0	0	0
添字	[2, 1]	[2, 2]	[2, 3]	[2, 4]	[2, 5]	[2, 6]	[2, 7]	[2, 8]	[2, 9]
値	0	0	12	12	0	0	0	0	0
添字	[3, 1]	[3, 2]	[3, 3]	[3, 4]	[3, 5]	[3, 6]	[3, 7]	[3, 8]	[3, 9]
値	0	12	12	12	12	0	0	0	0
	⋮			⋮			⋮		
添字	[9, 1]	[9, 2]	[9, 3]	[9, 4]	[9, 5]	[9, 6]	[9, 7]	[9, 8]	[9, 9]
値	0	0	0	0	0	0	0	0	0

図12：2次元配列 **Number** に数値が格納されている様子

図12では、図10に示された数字を2次元配列に格納している様子の一部を表している。例えば、Number[1, 1]には0が、Number[3, 4]には12が格納されている。

図12の2次元配列を利用してステップ3の手続きを具体化したものが図13に示したアルゴリズムである。ここで、変数 i , j , $count$, $block$ は、それぞれ1つの値を格納することができる変数を表す。このうち、変数 $block$ には、黒のブロックの数が記録されることになっており、1行目においてその値は0に初期化され、12行目においてその値が印刷される。

問3 には、変数 $block$ の値を増やすかどうかを判定する条件式が入る。この空欄に当てはまる条件式を答えなさい。ただし、ここでの条件式は、等号(=)、不等号(\neq)、大小比較のための演算子($<$, $>$, \leq , \geq)のいずれかを用いて記述されるものとする。

```
01 :   count ← 0, block ← 0
02 :   i を 1 から 9 まで 1 ずつ 増やしながら,
03 :   |   j を 1 から 9 まで 1 ずつ 増やしながら,
04 :   |   |   もし Number[i, j] ≠ 0 ならば
05 :   |   |   |   count ← count + 1
06 :   |   |   |   もし  ならば
07 :   |   |   |   |   block ← block + 1
08 :   |   |   |   |   を実行する
09 :   |   |   |   |   を実行する
10 :   |   |   |   |   を繰り返す
11 :   |   |   |   |   を繰り返す
12 :   |   |   |   |   block の値を印刷する
```

図13：ステップ3の手続きを具現化したアルゴリズム

