



第6回 科学の甲子園ジュニア 全国大会

筆記競技

解答例と解説



<出題のねらい>

豆電球は皆さんが普通に目にする物です。中学校の理科では電圧が電流と抵抗の積に比例するというオームの法則を学習しますので、豆電球に表記されている電圧と電流の値をみれば、豆電球の抵抗値は計算できます。教科書で勧められているように、テスターを使って豆電球の抵抗を測定してみると、豆電球に表記されている値から計算した抵抗値とは大きく異なっているのに気がつきます。

今回の問題では、なぜ豆電球の抵抗値が計算値とテスターの測定値が違っているのかを考え、加えて、豆電球のフィラメントが高温になっていることを知り、その温度を求めることを目指しています。

問1

電力

2.5 V で 0.3 A であるので、

抵抗

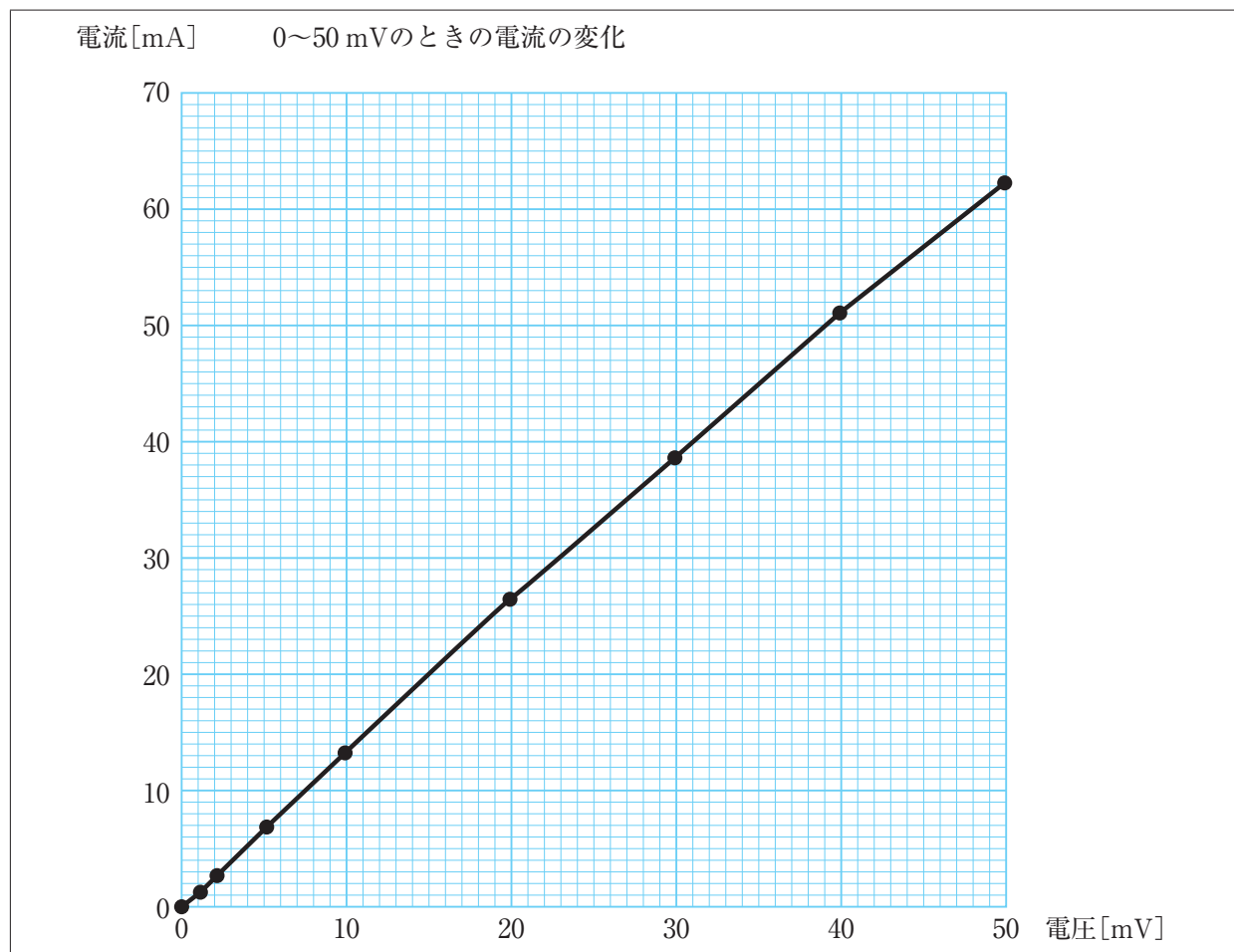
$$2.5 \times 0.3 = 0.75 \text{ W}$$

$$2.5 \text{ V} / 0.3 \text{ A} = 8.3 \Omega$$

【解説】 解答で計算数値を小数点以下1桁といった指定をするか検討しました。中学校ではこのような問題の場合に「小数点以下1桁まで求めよ」といった指定をすることがよく行われています。入試問題等では正答を一意的に定めるために、このような指定が必要ですが、科学の甲子園は入試ではありません。あえて指定をしないで、皆さんの解答を見た上で、解答の科学的根拠を精査することとしました。

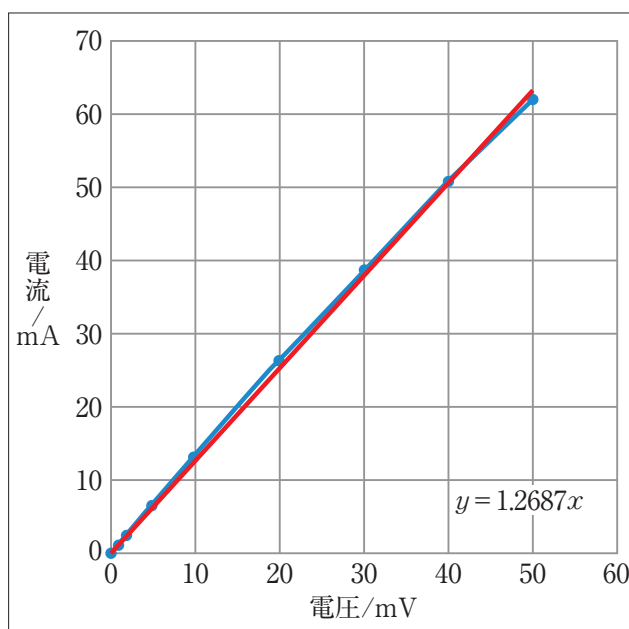
問1では、2.5 V で 0.3 A という表記されている数値を利用しています。一方で、表1をみると、2500 mV (=2.500 V) の時の電流値は 321 mA (=0.321 A) となっています。四捨五入すれば 2.5 V, 0.3 A となりますが、表のデータから豆電球に表記されている 0.3 A というのが、その下の桁は 0 ではない値である可能性があることを示しています。仮に値を 0.31 A とすれば抵抗は 8.1 Ω ですし、0.29 A とすれば 8.6 Ω です。一応の正答は 8.3 Ω としましたが、上記の変化率を考えると、実際の有効数値は 1 桁程度で、8.3 Ω という答えも桁数過多ではありますが、正解とすることにしました。

問2 (1)



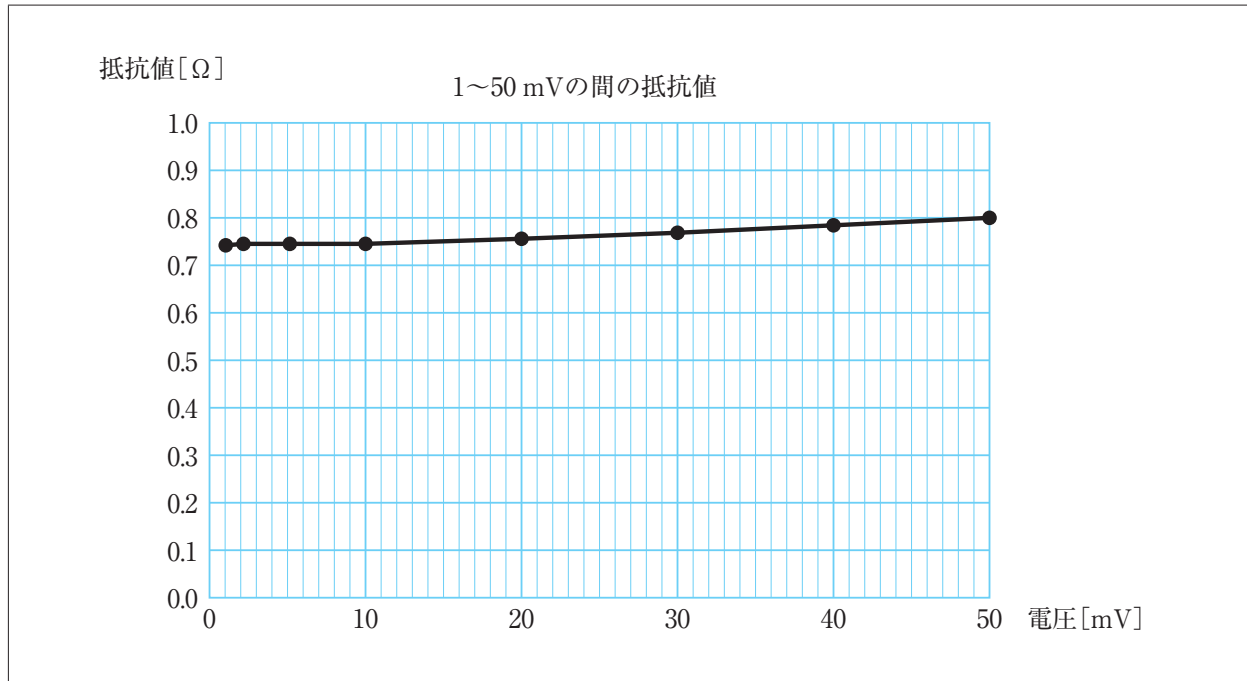
【解説】 【図A】に示したように、測定点はほぼ直線上にあります。なお、表1で示したデータは実際の豆電球を用いた測定値です。この設問は、電圧が低い領域ではオームの法則が（ほぼ）成立していることを確認するためのものです。

測定点を結ぶと厳密には直線ではなく、上に凸な曲線となります。大学でこのようなグラフを描く時には、それぞれの測定点の誤差範囲（エラーバー）を考えた上で、適切な上に凸な曲線で結ばなければなりません。中学校の範囲を超えているため、全体を直線で結んでも（赤い直線）、一点ずつ結んだ折れ線グラフ（青いグラフ）にしても正解とすることとしました。ただし、原理的に原点を通らなければなりません。



【図A】

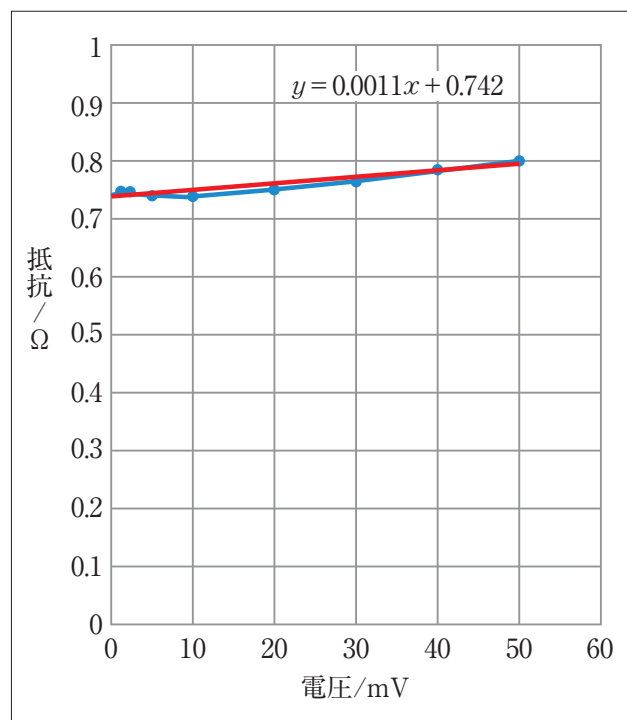
(2)



参考：電圧が1～50 mVのときの抵抗の計算値

電圧 (mV)	1	2	5	10	20	30	40	50
電流 (mA)	1.34	2.67	6.69	13.4	26.4	39	51	62.1
抵抗 (Ω)	0.746	0.749	0.747	0.746	0.758	0.769	0.784	0.805

【解説】 【図B】に示したように、電圧が低い領域では抵抗値はほぼ一定の値となります。このグラフは次の設問で、電圧を加えない場合の抵抗値を求めるために用いることを想定しています。抵抗値は、問2(1)のグラフを直線で記述した場合にはその傾きからも求められますが、一定値に収束するのが明示的に分かるようなグラフを加えることとしました。ちなみに、問2(1)で描いたグラフにおいて、原点を通る直線で線を引いた傾きから抵抗値を求めると0.79 Ω程度の値となり、このグラフから読み取れる低い電圧の抵抗値より明らかに大きくなってしまいます。



【図B】

(3)

電圧を 0 mV に近づけたときの抵抗値

0.75 Ω

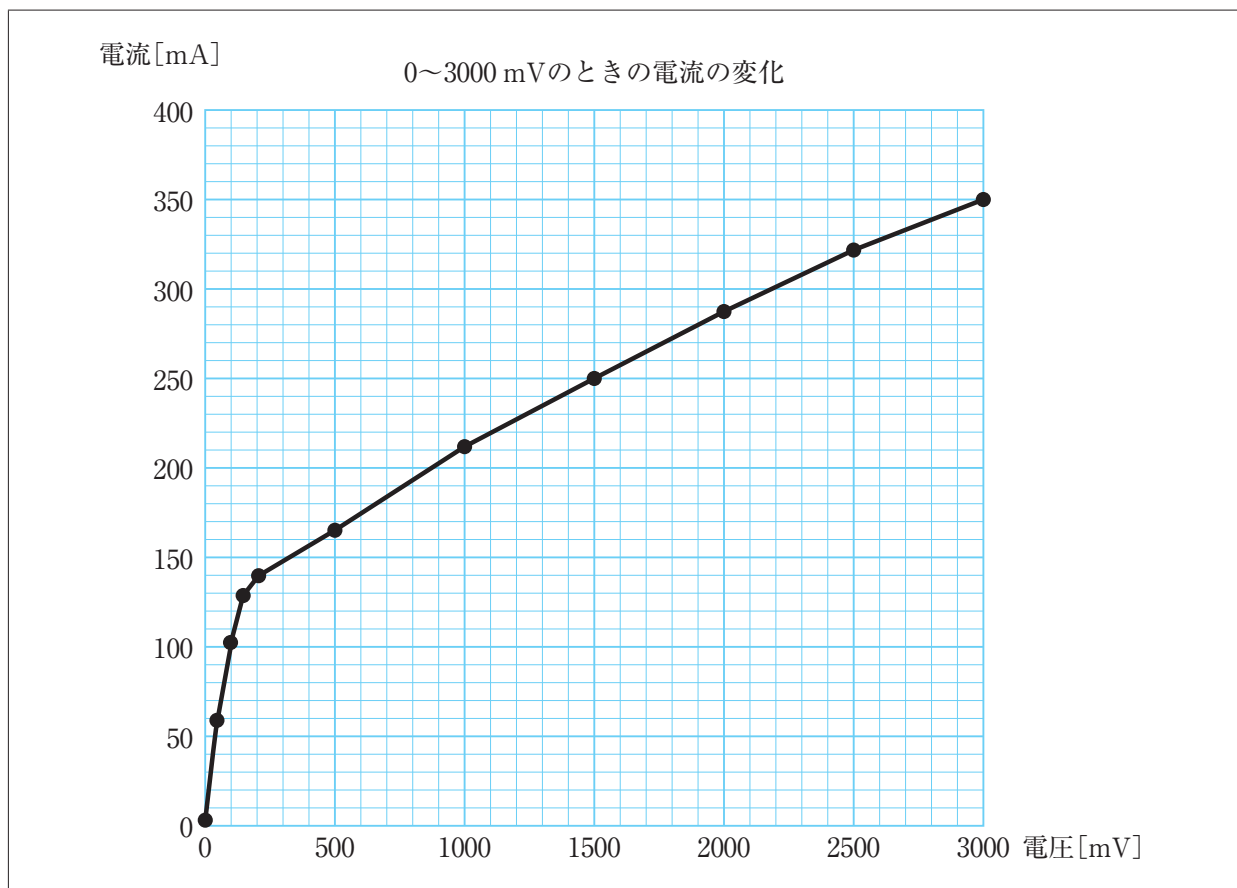
電圧を 0 mV に近づけたときの抵抗値が上記の値になると考える理由

(2)までの結果から、0 mV 近くの抵抗値はほぼ一定と考えられる。
そこで、10 mV 程度以下のときの抵抗値を平均した。

【解説】 問2(2)で描いたグラフを描くにあたっては、各電圧での抵抗値を計算しました。値を比べると、50 mV から 5 mV までは減少しますが、2 mV と 1 mV の抵抗値はわずかに高くなっています。この領域の抵抗値は 0.75 Ω 程度です。【図B】の抵抗の電圧依存性のグラフを直線近似（赤い直線）して切片を求めると、0.742 程度となりますが、20 mV 以上では抵抗値がだんだん大きくなっていることを考えると、直線近似には無理があり、10 mV 以下の抵抗値がほぼ一定になる領域の値の方が正しいと考えられます。

この問題でも、求める桁数を指定していません。これは、電圧 0 での抵抗を求める方法により、求まる桁数が異なることを考慮したためです。グラフの外挿を使えば桁数は取れず、0.75 程度の値になるだろうと思います。10 mV 以下は抵抗値が同じと考えて平均を取って求めることにすれば、より大きな桁数まで意味のある数値になります。

(4)



【解説】 電圧が高くなると、電流が電圧に正比例しなくなるのを実感してもらうためにグラフを描いてもらいました。グラフの点をどのように結ぶかについては、各々の点を結んだ折れ線グラフも、適当な曲線を使ったグラフも正解とします。

(5)

問2(3)より、電圧をかけない状態(室温 30℃)の抵抗が 0.75Ω 。3 V で点灯したときの抵抗値は、表1より $R = 3 / 0.351 = 8.55 \Omega$ 。よって、11.4 (約 11 倍) 倍。

【解説】 3000 mV で点灯したときの抵抗値は計算で求めることができます。電気を流さない時の抵抗値は(3)で求めた値を使うことになります。求める倍率は、(3)で求めた値により異なるので、各チームの(3)の解答に対する整合性を判断しています。

問3 7点

フィラメントの断面積は、直径が 0.03 mm なので、

$$0.015 \times 0.015 \times 3.14 = 0.0007065 \text{ mm}^2$$

室温 (30℃) におけるこの断面積の長さ 1 m のタングステン線の抵抗は

$$0.0563 / 0.0007065 = 79.69 \text{ } \Omega$$

問2(5)の結果から、フィラメントの抵抗は 0.75 Ωなので、長さは

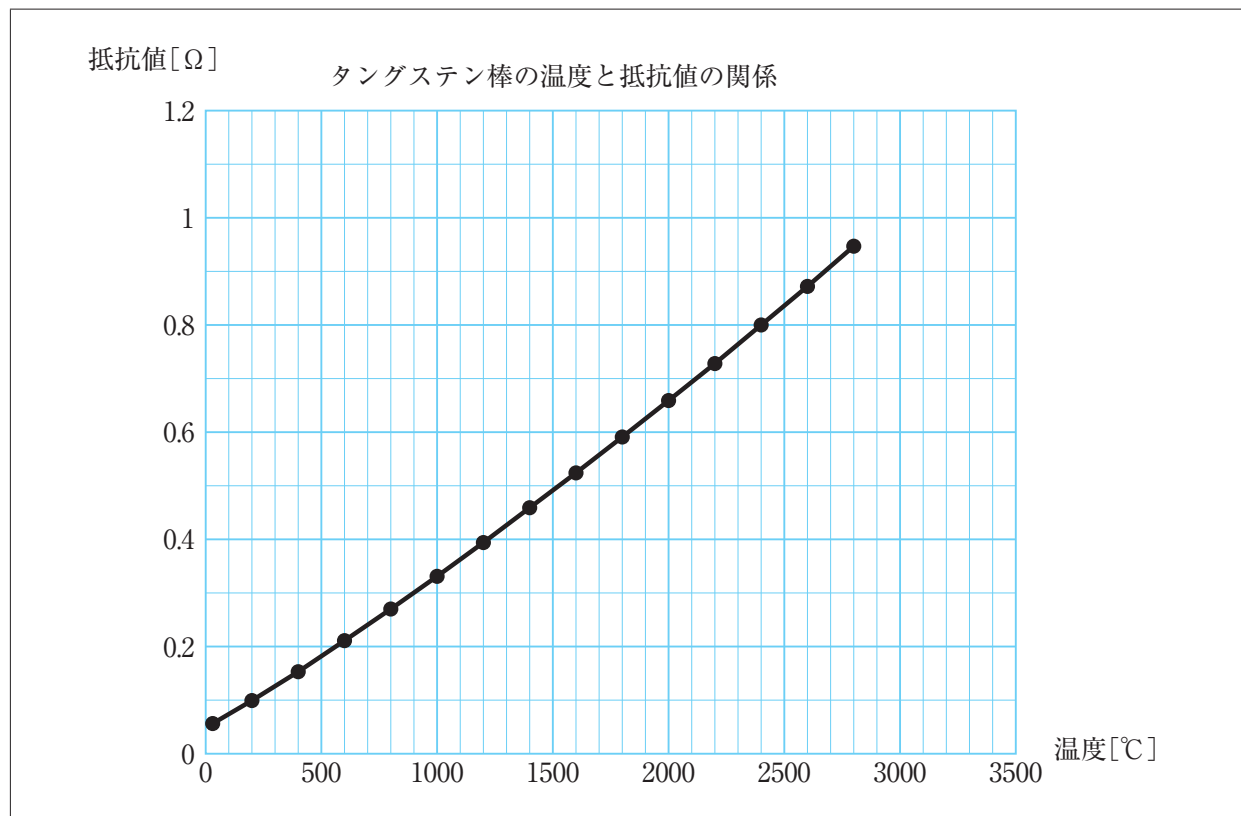
$$1 \text{ m} \times 0.75 / 79.69 = 0.0094 \text{ m} = 9.4 \text{ mm}$$

【解説】 一部の理科の教科書に記載があるように、物質（ここではタングステン）の形状と抵抗の大きさとの間には次の関係があります。

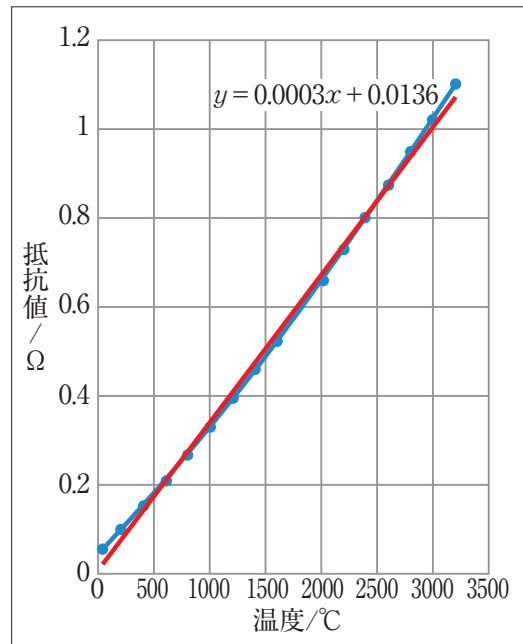
- ①物質の形が長くなるほど抵抗は大きくなる。 →抵抗の大きさは長さに比例する。
- ②物質の断面積が大きくなるほど抵抗は小さくなる。 →抵抗の大きさは断面積に反比例する。
- ③同じ材質で同じ形状であっても、温度によって抵抗の大きさは異なり、温度が高くなるほど抵抗が大きくなる物質が多い。

上記と表2の説明にある「断面積 1 平方 mm, 長さ 1 m のタングステン棒の抵抗単位：Ω」を参考にして、解答例のように考えることができます。

問4



【解説】 問5の準備として、表2のタングステン棒の抵抗の温度依存性のグラフを描きます（【図C】）。点をうつと、温度に対して1次関数ではないことは分かります。ここでは、直線近似（赤い直線）を行ったものも妥当な直線の引き方と判断されるものは減点しません。



【図C】

問5

フィラメントの温度	約 1950°C
フィラメントの温度を求めた方法	<p>3Vで点灯したときの抵抗値は、室温30°Cの11.4倍となっていることから、このときの 断面積1mm²長さ1m タングステンの抵抗値は、</p> $0.0563 \times 11.4 = 0.642 \Omega$ <p>となる。</p> <p>タングステンが、この抵抗値となる、問4のグラフより、</p> <p style="text-align: center;">約 1950°C。</p>

【解説】 タングステン棒の30°Cの時の抵抗値に問2(5)で求めた倍率をかけた値が摂氏何度の抵抗値に相当するかを考えます。

その方法には、

- ①グラフから直接読み取る。
- ②グラフから範囲を読み取り、その温度範囲の両側の測定点を結ぶ直線の式を求めて計算する。

などが考えられます。

問2(5)で求めたように、3Vで点灯したときの抵抗値は、室温30°Cの11.4倍となっていることから、このときの 断面積1mm²長さ1m タングステンの抵抗値は、

$$0.0563 \times 11.4 = 0.642 \Omega$$

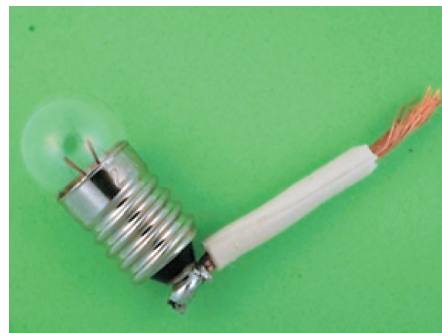
です。タングステンが、この抵抗値となる、【図C】のグラフより約1950°Cとなります。

問4で温度依存性全体に直線を引いた場合には、求めるべき抵抗値の部分が、与えられたデータからはずれた線となってしまいます。このとき直線のグラフから温度を読み取って求めている場合には、減点しています。

＜この問題で扱ったデータと結果について＞

表1のデータは実測したものです。測定に当っては、電圧を加えない状態での抵抗値が低いため、正確に測定するためにできる限りの努力をしました。

当初は豆電球をソケットに取付けて、ソケットのリード線を経由して抵抗測定を行いました。この方法だと低い電圧での抵抗値が $0.8\ \Omega$ をこえてしまい、計算されたフィラメント温度は 1400°C 程度となり、明らかに低すぎました。



【図D】

そこで、ソケットとの接触抵抗やリード線の抵抗をなくするため、【図D】のように、豆電球に太い電線をはんだ付けして、この端と豆電球のネジ部分をクランプで挟んでの測定を行った結果、抵抗値は $0.75\ \Omega$ まで低下しました。

なお、測定では、豆電球に電流を流して、その時のネジ部分と電線部分に生じた電圧を測定するようにし、測定器から豆電球までのケーブルの抵抗が誤差を生まないようにしました。

上記のような方法で測定を行い、抵抗値から求めたフィラメント温度は 2000°C 弱となりました。

一方で、スペクトルからこの豆電球を $3\ \text{V}$ で点灯したときの色温度を測定した結果は 2400°C となり、抵抗値から推定したものより 400°C ほど高くなりました。

この原因として、

- ①豆電球のフィラメント以外の抵抗要素のため、 $0\ \text{V}$ での抵抗値がもっと低かった。
- ②タングステンの温度依存性のデータの信頼性に疑問はないか。
- ③タングステンの放射率の波長依存性のために、フィラメント温度と色温度に差がある。

などの可能性を考えましたが、現時点では原因の特定はできていません。

いくつかの問題点を解決できていませんが、「豆電球の中のフィラメントが約 2000°C という高温になっている」という結果から「科学の甲子園ジュニア全国大会」に参加した皆さんの科学的な興味がさらに高まることを願います。



みなさんは大気が酸素と窒素などの混合物であることは当然のように知っているし、原子や分子も既に存在しているものとして学習するが、これらの発見には偉大な先人たちの努力があった。化学史の流れを学びながら先人たちの業績に触れてもらいたいと思い出題した。

問1

A	空気	B	水	ア	熱	イ	湿	ウ	冷
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---

【解説】 アリストテレスは地上にある多様な性質の変化を説明するために、熱、冷、乾、湿の4つの性質を考えた。この4つの性質からペアをつくる作り方は6通りあるが、熱と冷、乾と湿、という反対の2性質は組み合わせることができないと考えて、それぞれを対角線に置いた。そして、この4つの性質の組み合わせによって火、水、土、空気の性質が決定づけられていると考えたのである。つまり、火は熱くて乾燥しており、水は冷たくて湿っていて、土は冷たくて乾燥しており、空気は水蒸気のようなものであるから熱くて湿っていると考えたのである。

問2

ウ

【解説】 パラケルススの考えに基づくと、石英は不揮発性と不燃性のため塩に分類され、砂糖は可燃性のため硫黄に分類され、水は流動性と揮発性のため水銀に分類される。パラケルススは医学に化学を導入し、病気は三原質の不均衡から生じるとして鉱物の調合による医薬品の開発に努めたために「医科学の祖」とよばれる。

問3

現在では鉄と金は元素そのものの種類が異なるとわかっているが、ボイルは鉄も金も同じ元素から成り、その配列が異なると考えた。
--

【解説】 ボイルは世の中の物質の性質がそれぞれ異なるのは、共通の「元素」がつながり方や並び方を変えることによると考えた。例えば黒鉛とダイヤモンドのように、同じ元素である炭素原子がつながり方を変えることで異なる物質になることもあるにはあるが、ごく少数であることが現在ではわかっている。大多数の物質は構成する元素の種類が異なるために、性質が異なっているのである。

問 4



【解説】 その他に、 $4\text{Al} + 3\text{O}_2 \rightarrow 2\text{Al}_2\text{O}_3$ などがある。

問 5

(1) 二酸化炭素	(2) 水素	(3) 窒素	(4) 酸素
-----------	--------	--------	--------

【解説】

- (1) 炭酸カルシウムを加熱すると、 $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2$ の反応がおき、炭酸カルシウムに酸(例えば塩酸)を加えると、 $\text{CaCO}_3 + 2\text{HCl} \rightarrow \text{CaCl}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$ の反応がおきてどちらも二酸化炭素が発生する。
- (2) 亜鉛、鉄などの金属を酸に浸すと発生する気体は水素である。水素を金属の酸化物(金属灰)に通しながら加熱すると還元されて元の金属に戻る。
- (3) ブラックの発見した固定空気は二酸化炭素であるから、空気中で酸素がなくなるまで物質を燃焼させて、そこから二酸化炭素を取りのぞいた残りは窒素である。
- (4) 水銀の酸化物(水銀灰)は酸化銀と同様に加熱するだけで水銀と酸素に分解される。ロウソクの炎を大きくすることでわかる通り、脱フログストン空気とは酸素のことである。

問 6

(1) イ	(2) エ
-------	-------

【解説】

- (1) 質量保存の法則とは、「化学反応の前後で物質全体の質量は変化しない」というものなので、密閉した容器中でスズを加熱したときの反応の前後の質量が等しいということを示して表すと、 $b=c$ となる。
- (2) a [g] のスズに結合した酸素の質量 [g] を表すには、反応後の酸化スズを表す質量から反応前のスズの質量を引けばよいので、 $e-a$ となる。

問 7

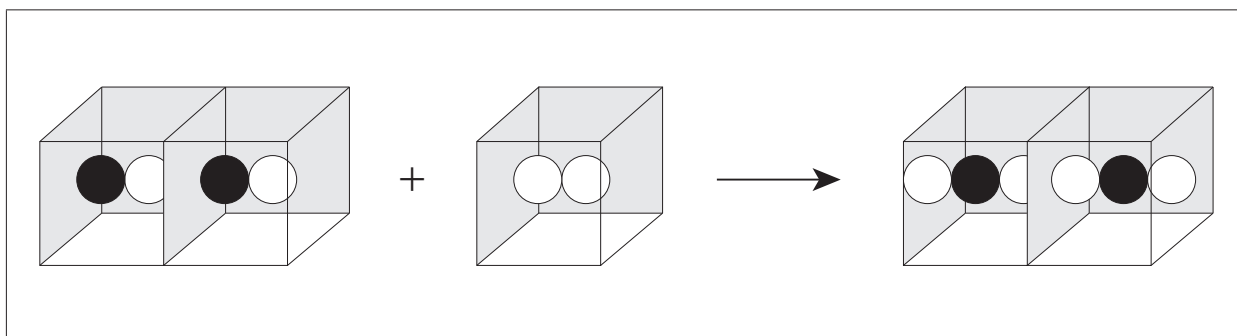
計算

$$(22.4 \div 1.0 + 6.4 \div 1.6) \div (22.4 \times 1000) \times 100 = 0.117\cdots$$

答 0.12 %

【解説】 気体の窒素が固体になったときの体積は $22.4 \div 1.0 = 22.4 \text{ cm}^3$ ，同様に気体の酸素が固体になったときの体積は $6.4 \div 1.6 = 4.0 \text{ cm}^3$ となる。つまり体積は，はじめの気体のときの $22.4 \times 1000 = 22400 \text{ cm}^3$ と比べて $(22.4 + 4.0) \div 22400 \times 100 = 0.117\cdots$ より 0.12% になったことがわかる。気体が大きな体積を占めるのは，それだけ速いスピードで空間を飛び回っているからである。

問 8



【解説】 アボガドロの考え方により「酸素…は，二つの原子からできていると仮定」とあるので○ではなく○○とする。アボガドロは分子という考え方を導入することで，ドルトンとゲイ＝リュサックの矛盾を解決した。

問 9

計算

$$(3.2 + 5.6) \div 2 \div 3.2 \times 100 = 137.5$$

答 138

【解説】 問 8 の結果によると，一酸化炭素 2 分子と酸素 1 分子が反応して二酸化炭素 2 分子ができる。質量保存の法則より反応でできる二酸化炭素の質量は $3.2 + 5.6 = 8.8 \text{ g}$ である。今，酸素分子の質量を 100 とすると，二酸化炭素分子の相対的な質量は， $100 \div 3.2 \times 4.4 = 137.5$ より小数第 1 位を四捨五入して 138 となる。



問1

気温の変化は不安定で年によって違うが、暗期の長さの変化は安定で毎年同じなので、季節変化の情報としては暗期の長さの方が信頼性が高い。

【解説】 気温の変化には日変化と季節変化があり、季節による変化が不連続であり、かつ年による変動も大きいこと、夏至や冬至、春分、秋分が毎年等間隔である(各々ほぼ同じ日に設定されている)ことなど、日常の生活での気づきや知識をもとに考える。実際の植物の季節反応には温度も関与しており、問5の解説にもあるように光周反応に影響する他、長日植物の多くは光周条件(長日)が整う以前に、一定期間寒冷期を経ることを必要とする(越年性長日植物)。

問2

K

【解説】 頂生花芽を形成する、すなわち頂芽が花芽になると茎や葉ができなくなり、つるが伸びないことが、【図2】の写真やそれに関する会話から理解できる。【図3】上のグラフより、暗期が13時間の時に、100%花芽を付けるのはA以外の5つの系統である。【図3】下のグラフより、その中で全く頂芽に花芽を付けないのはKのみである。

問3

高緯度地方ほど夏の暗期は短く、夏から秋にかけての気温の低下が早いため、より短い暗期に反応して花を咲かせて子孫を残すものが、確実に子孫を残すことができた。

【解説】 緯度による日長と気温の季節変化を関係づけて考えるとよい。京都大学の瀧本らのグループは日本各地から短日植物であるアオウキクサを採集し、それぞれの限界暗期を調べ、宮崎県西都で採集したアオウキクサの限界暗期は12時間15分、北海道深川のものは8時間00分と、北へ行くほど限界暗期はだんだん短くなることを示した。高緯度地方ほど夏の気温は低い上に、夏から秋にかけての気温の低下が早いため、成長に都合の悪い低温の季節が来る前に早々と花を咲かせて子孫を残す方が都合がよいという解釈ができる。そのためには限界暗期は短い方が有利となる。

逆に、低緯度地方では気温が高いため成長を長く続けることができるため、花を咲かせる時期を遅くすれば、個体が大きくなっただけ花の数や種子の数を増やすことができると考えられる。そのためには限界暗期は、長い方が有利と考えることができる。

問4

(ア)	N	(イ)	A
-----	---	-----	---

【解説】 北京は北緯 39.5 度，ヒマラヤに位置するネパールの首都カトマンズは北緯 27.8 度，ギニアの首都カコナクリは北緯 9.5 度である。従って，問3の問題文をもとに考えると，限界暗期が最も長い A がギニア，その次に長い N がヒマラヤを原産地とすることがわかる。

【図3】で用いられている系統のうち，Vはムラサキ（紫），Kはキダチ（木立），Sはシフクリン（紫覆輪）という日本産である。残りの3系統の由来は次のとおりである。

T：北京天壇(1938年に木原均によって北京近郊の天壇で採集された)

N：ネパール(京都大学のネパール・ヒマラヤ探検隊の中尾佐助によって1952年にネパールで採集された)

A：アフリカ(1956年に古里和夫によって西アフリカのギニアで採集された)

() 内の情報はアサガオホームページ「<http://mg.biology.kyushu-u.ac.jp/strain-ecotype.php>」にもとづく。

問5

系統1	T	系統2	N	系統3	A
-----	---	-----	---	-----	---

【解説】 夏至を過ぎて夜の長さがしだいに長くなる中で，限界暗期が短いものから開花すると考えると，T，N，Aの順に開花する。問題文にもあるように，限界暗期の長さは気温や処理する日数，明期の光の波長による影響を受ける。一般に短日植物の場合は，気温が低いほど，処理する日数が長いほど，限界暗期は短くなる傾向がある。また，限界日長に近い短日条件では，明期終了時の遠赤色光（far-red）は花芽形成を促進する（End of Day FR 効果）。自然条件下では夕暮れ時の光は遠赤色光の割合が高くなり，End of Day FR 効果がみられる。

問6

条件②と条件⑥を比べると，同じ明期の長さでも暗期の長さが違っていると結果が異なり，条件②と条件⑤から，連続した暗期がほぼ同じ時間であれば，明期の長さが違っていても結果は同じになる。これらの結果から花芽形成は連続した暗期の長さによって決定されるといえる。

【解説】 同じ長さの明期で暗期の長さがことなる実験区，同じ長さの暗期で明期の長さが異なる実験区どうしを比較することにより，明期の長さよりも暗期の長さが結果を左右することが判断できる。

問7

条件	← 12時間 →		← 12時間 →		【限界暗期の長さ】			
					14時間		6時間	
					短日植物	長日植物	短日植物	長日植物
	(解答欄)							
①	明期		暗期		×	○	○	×
②					×	○	○	×
③					×	○	○	×
④					×	○	○	×
⑤					×	○	○	×
⑥					×	○	×	○

【解説】 本文中のお祖父さんの解説のとおり。

問8

赤色 LED は導入コストは高いものの、暗中断に必要な波長だけを発光できるため、エネルギーの無駄を無くし、ランニングコストは低く押さえられる。そのため、長期間使用することで、トータルのコストを下げることができる。さらに昆虫を誘引する波長を含まないので、害虫がビニールハウスの中に入ってくることを防ぐことができる。

【解説】 LED が省エネに役立つことは、多くの中学生が知っているであろう。この問題では、さらに、夜間照明を点けることの影響を多面的に考えるところにポイントがある。中学校では光の波長と色の関係は扱わないが、音を波として捉える学習は行っている。問題文を参考に植物や昆虫など、それぞれの生物が特定の波長に反応していることを理解して考察して欲しい。昆虫が夜光に集まることも多くの子どもが知っており、特定の波長の光に引きつけられることは、三重県の中学1年生の調査研究「コンビニ昆虫」で有名になった。

昆虫の種類によって、どのような波長に対して正の光走性を示すかは異なるが、**【図5b】**に示したハエの仲間と同様、多くの昆虫の視度感度のピークは550 nm 以下であり、赤色 LED の光はほとんど認識されない。

【図5c】 のランプ単価ならびに電気使用料金単価は、平成25年の資料に基づく。電気料金の計算には、電気使用料金以外に基本料金や燃料費調整額等が関係する。これらは電気使用量が多くなると段階的に高くなる。



問1

錯覚 もしくは 錯視

別解 人は空を半球ではなく、お皿をふせたような形に感じて(認識)いるから

・「月の錯覚」とか「天体錯視」と呼ばれる現象である。
 地平線近くにいるときは、ビルなどの目印があるが、天頂には、比べるものがないので、相対的に見かけ大きく見える。

問2

式／計算

円周と弧の関係

$$360^\circ : 2\pi b = 3^\circ : a \quad 6b\pi = 360a$$

$$\frac{b}{a} = \frac{360}{6\pi} = 19.108$$

答 19

・円周と弧の関係を用いて解答する。

問3

式／計算

地球, 月, 太陽の半径をそれぞれ R_E, R_M, R_S とする。
 これまでの条件を整理すると

- ・問題用紙 P3 より …………… $R_M = \frac{1}{3} R_E$
- ・問2の結果と【図3】から …… $\frac{R_S}{R_M} = 19$

求める値は

$$\frac{R_S}{R_E} = \frac{19 R_M}{3 R_M} = \frac{19}{3} = 6.33$$

答 6倍

・距離と大きさの比例関係を用いる。

問4

半月に見えるときの、実際の太陽－地球－月がなす角度は87度より大きいですが、当時の測定精度が高くなかったため、大きく異なってしまった。

- ・計測数値が異なっていたこと、そしてその原因はどこにあったのかを答える。

問5

日の出から日の入りまでの時間	地球の形（【図5】の月齢の形）
エ	3

- ・日の出、日の入りは、自転により生ずる。月の自転周期は約30日である。
地球から見る月の形と月から見る地球の形は、輝いている部分と欠けている部分が逆になる。

問6

天体現象	皆既日食
説明	月から見る地球の見かけの大きさは、月から見る太陽の見かけの大きさより大きい。したがって、月で観測する皆既日食の継続時間は、地球で観測した皆既日食の継続時間より長い。

- ・太陽－地球－月の位置関係と月食時の地球の影の大きさ(月の約3倍)を考える。

問7

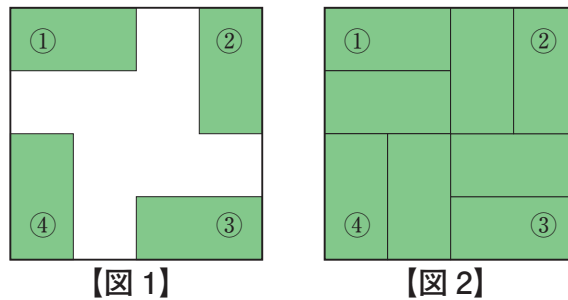
惑星	衛星
火星	フォボス、ダイモスなど
木星	イオ、エウロパなど

- ・太陽系内の惑星とその衛星名を1組あげればよい。



問 (1)

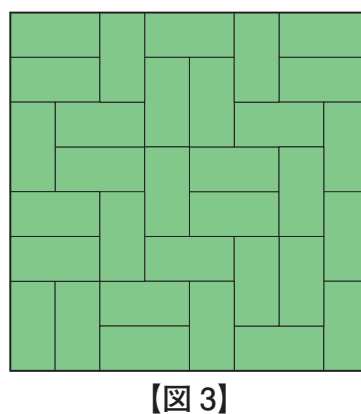
分離直線のない畳の敷き詰め方があったと仮定して，【図1】のように和室の角①～④における畳の置かれ方を考える。



対称性から，①に置かれる畳は図のように横置きとしてよい。分離直線がないので，②に置かれる畳は縦置きになり，それに伴って，③に置かれる畳は横置き，④に置かれる畳は縦置きとなり，【図1】が完成する。この状態に畳を追加すると，【図2】のようにならざるを得ないが，この敷き詰め方には分離直線が2本あり，最初の仮定に矛盾する。したがって，正方形状の8畳の和室には分離直線がある。

(2)

たとえば，【図3】のように正方形状の32畳の和室に畳を敷き詰めると，どこにも分離直線は存在しない。



【図3】

【解説】 実は、次のようにして、1辺が1の正方形を1マスとする 6×6 マスの和室にも分離直線が存在することが証明できる。したがって、設問(2)の例は、 8×8 マス以上の和室でないと構成できない。

一般に、 $n \times n$ マスの和室を考える。2マス分の畳で敷き詰められるので、 n が偶数でなければならない。分離直線の候補となる直線は縦が $n-1$ 本、横が $n-1$ 本あるが、分離直線がないように畳が敷き詰められたとすると、どの直線に対しても、それと横切るように畳が置かれている。 n が偶数なので、直線を横切る畳の枚数も偶数となり、少なくとも2枚の畳が横切っている。

一方、どの畳も1本の直線しか横切ることはできないので、直線と畳の枚数を比較することにより、次の不等式を得る。

$$2((n-1)+(n-1)) \leq \frac{n^2}{2}$$

この不等式を満たす偶数 n は8以上である。

このような論証は一般的な中学生にも困難だと思われるので、 4×4 マスという簡単な場合で論証を試みてもらった。



問1

10

問2

- (一番上) 1枚目：ページ3に値9を書き込む
2枚目：ページ2に値1を書き込む
3枚目：しおり1
4枚目：(ページ3の値) $>$ (ページ1の値)のとき、しおり2まで
実行せずカードを送る
5枚目：停止
6枚目：しおり2
7枚目：ページ3の値からページ2の値を引いた値をページ3に
書き込む
(一番下) 8枚目：しおり1まで実行せずカードを送る

問3

枚目と 枚目の間に
「ページ4の値にページ3の値を足した値をページ4に書き込む」
を追加する。

