第３回
科学の甲子園ジュニア

実技競技①
「組み合わせ回路」

⌘ 事前公開資料 ⌘

1. 実技競技①の事前公開について

第3回科学の甲子園ジュニア全国大会では，２つの実技競技を実施する。そのうちの実技競技①では，汎用ロジック IC を使った論理回路（組み合わせ回路）を作成する。

論理回路は，様々なところで利用されている。コンピュータは論理回路によって実現されているし，スマートフォンやテレビなどには小さなコンピュータが組みこまれている。コンピュータにかぎらず，デジタル制御されている機器は例外なく論理回路によって実現されていると考えてよい。本競技では，このように身の回りにあふれている論理回路を実際に作成する。

論理回路を作成するといっても，実際に中学校で勉強した経験はないだろう。しかし，やり方さえわかってしまえば簡単な論理回路を作成することは難しくない。そこで，本資料では基本的なところから実際の回路作成に至るまでを説明する。

2. 多数決装置

あるクラスの授業で，グループごとに自由研究をし，それを発表することになった。研究のテーマや方法，まとめ方などはすべてグループのアイディア次第である。佐藤さん，鈴木さん，高橋さんの３人のグループでも研究のテーマを決めなければならない。

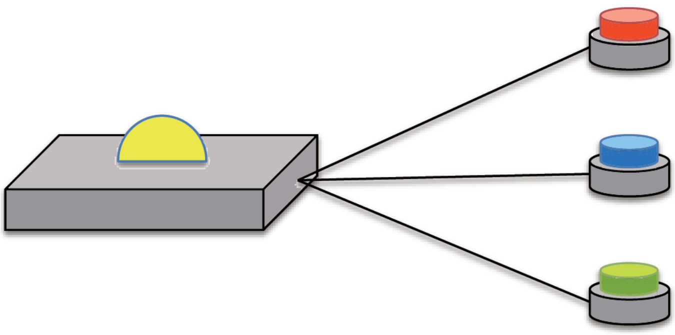
「風力発電装置をつくりたいな。」

「それよりもペットボトルロケットを飛ばすのはどうかな。」

候補が２つにしぼりこまれたものの，なかなか決まらない。そこで，多数決で決めることにした。手を挙げて多数決をしたのでは誰が反対意見をいったのかがみんなに知られてしまい，なんとなく嫌な感じがする。そこで，１人１人がこっそりボタンを押すと，多数決の結果が表示される装置を作成することにした。

この装置のボタンを１人ずつ握り，賛成の場合はボタンを押し，反対の場合は押さない。

「こういうの，よくテレビなんかで見るよね。」



3. 真理値表

まず，佐藤さんの意見をa，鈴木さんの意見をb，高橋さんの意見をcとし，多数決の結果をxとする。賛成を1，反対を0と表現した場合，多数決の結果はどのように表現することができるであろうか。この場合，佐藤さん，鈴木さん，高橋さんの意見のうち2つ以上が賛成であれば，多数決の結果も賛成となる。つまりa, b, cのうち1の数，つまり賛成の数が2つ以上であればxは1，つまり多数決の結果は賛成となり，a, b, cのうち1の数，つまり賛成の数が1つ以下であればxは0，つまり多数決の結果は反対となる。この関係を表で表すと次のようになる。このような表のことを**<u>真理値表</u>**と呼ぶ。

演習 1

次の表の空らんの部分をうめよ。

【表 1】　多数決の真理値表

佐藤さん a	鈴木さん b	高橋さん c	多数決結果 x
0	0	0	0
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	1

4. 真理値表と論理式

数の計算といえば通常，加減乗除の四則演算が普通である。しかし，コンピュータで使われている2進法の世界では，四則演算の代わりに論理積 ($a \cdot b$)，論理和 ($a+b$)，否定 ($\overline{a}$) などの演算（計算）が使われる。論理積と論理和は「$1+1$」のように2つの数を，否定は「$\overline{0}$」のように1つの数を使って演算する。また，論理積は AND，論理和は OR，否定は NOT と表現されることもある。論理積（AND）は，演算に使う2つの数のうち，両方が1のときのみその結果が1となる。論理和（OR）は，演算に使う2つの数のうち，少なくともどちらかが1であればその結果も1となる。否定（NOT）は，演算に使う数の反対，つまり演算に使う数が0の場合は演算結果が1となり，演算に使う数が1の場合は演算結果が0となる。それぞれの演算結果をまとめると次の表（表2）のようになる。

【表2】　論理演算

a	b	$a \cdot b$	$a+b$	$\overline{a}$	$\overline{b}$
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0

また，このような論理積，論理和などの演算を表す式のことを**論理式**と呼ぶ。

より深い理解のために

論理式でも，これまで習ってきた数学と同じように成り立つ，いくつかの法則がある。

交換法則　$a+b=b+a$，$a \cdot b=b \cdot a$
結合法則　$(a+b)+c=a+(b+c)$，$(a \cdot b) \cdot c=a \cdot (b \cdot c)$
分配法則　$(a+b) \cdot c=a \cdot c+b \cdot c$

加えて，次のような特徴もある。

べき等法則　$a=a+a$，$a=a \cdot a$
補元法則　$a+\overline{a}=1$，$a \cdot \overline{a}=0$
ド・モルガンの法則　$\overline{a}+\overline{b}=\overline{a \cdot b}$，$\overline{a} \cdot \overline{b}=\overline{a+b}$

また，$(a+b)+c$ や $(a \cdot b) \cdot c$ を，それぞれ $a+b+c$， $a \cdot b \cdot c$ と書くこともある。さらに，論理積に関しては「・」を省略して，abc と書くこともある。

佐藤さんたちは，多数決装置をつくるにあたって，論理式をつくってみることにした。しかし，どうやって論理和や論理積，否定を組み合わせて多数決装置の論理式をつくってよいのかわからない。そこで，コンピュータ関係の会社に勤めている鈴木さんのお父さんに聞いてみることにした。

鈴木さんのお父さんの話によると，真理値表から簡単に論理式をつくることができるとのことで，その方法は下記のとおりであった。

① 真理値表で演算結果が１になっている行に着目する。
② その行の入力は０か１かが定まっているので，０の場合はその入力の否定を，１の場合はそのままで論理積を取り，項をつくる。
③ 真理値表において演算結果が１になっているすべての行について②の方法で項をつくり，それらすべてを論理和で結合する。

図で表すと次のよう（図１）になる。

入力1 a	入力2 b	入力3 c	演算結果 x
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$x = \boxed{\bar{a}\bar{b}\bar{c}} + \boxed{\bar{a}\bar{b}c} + \boxed{a\bar{b}c} + \boxed{ab\bar{c}}$$

【図１】 論理式のつくり方

より深い理解のために

図１において１行目に対応する項 $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$ は，a, b, c が０，０，０以外の組み合わせでは１にならないことに注意する。このことから，演算結果 x が１になるとき，右辺のどれか１つの項のみが１となることがわかる。

このように出力が１となる項をつくり，それを論理和で結合するような方法でつくられた論理式を，主加法標準形や積和標準形と呼ぶ。

佐藤さんたちは，早速，表 １で示した多数決装置の真理値表から論理式を導きだした。

演習２

多数決装置の真理値表から論理式を導きだせ。

$x =$

ここで高橋さんが，上の論理式はもっと簡単にできることに気がついた。
「論理式にも，交換法則や結合法則，その他いろんな法則が適用できるんだよね。」
といったかと思うと，式を次のように変形しはじめた。

演習３

次の式を変形せよ。

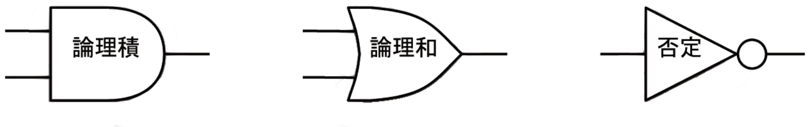
$$x = \bar{a}\cdot b\cdot c + a\cdot \bar{b}\cdot c + a\cdot b\cdot \bar{c} + a\cdot b\cdot c$$

$$x = b\cdot c + a\cdot c + a\cdot b$$

5. 論理式と論理回路

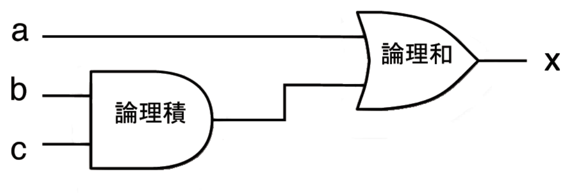
ここまでで，多数決装置を論理式として表現することができた。しかし，これをどのように装置に落としこんでいけばよいのであろうか。再び，鈴木さんのお父さんを頼ることにした。

鈴木さんのお父さんによると，論理式を実際の装置（回路）で実現するためには，**論理素子**を使って**論理回路**を作成する必要があるということだった。論理素子とは，論理和や論理積，否定などの演算を，１つの回路として実現したものだそうだ。これを論理式どおりにつなぎ合わせることによって，論理回路が作成できる。論理積，論理和，否定は，それぞれ次のよう（図２）に表現され，それぞれ左が入力，右が出力である。



【図２】 論理積，論理和，否定

例えば，論理式 $x = a + (b \cdot c)$ の論理回路は次のよう（図３）になる。先に計算する部分が入力側に配置される。

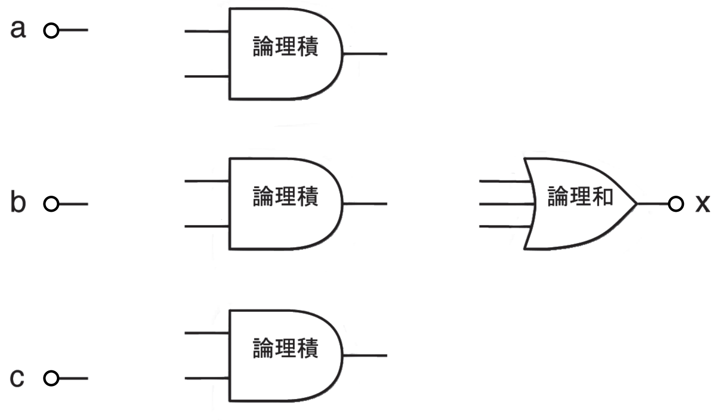


【図３】 論理式 $x = a + (b \cdot c)$ の論理回路

同様に，多数決装置を実現するための論理式 $x= b\cdot c + a\cdot c + a\cdot b$ を論理回路で表現すると，次のようになる。

演習４

下図は，論理式 $x= b\cdot c + a\cdot c + a\cdot b$ を実現するための論理回路である。線を引いて論理回路の回路図を完成させよ。

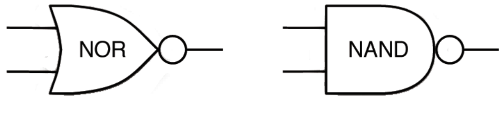


【図４】　論理式 $x=b\cdot c + a\cdot c + a\cdot b$　の論理回路

図４で示すように，実際には３つ以上の入力を持つ論理積，論理和回路も存在している。この場合，論理積の場合はすべてが１の場合のみ１を出力，論理和では１つでも１があると１を出力する。

より深い理解のために

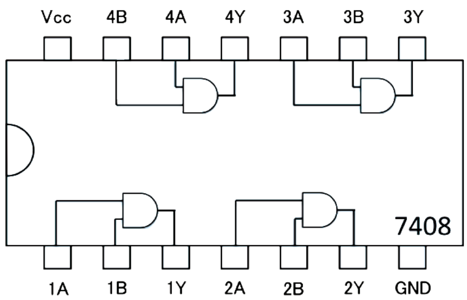
論理回路素子には，論理和や論理積の出力が逆転している NOR，NAND といったものも存在する。NOR や NAND は次のように表現する。これは，出力側に否定を示す丸がついている OR と AND であると考えるとよい。



【図5】　NOR，NAND

6. 論理回路と汎用ロジック IC

さらに，鈴木さんのお父さんに聞いたところによると，論理素子は**汎用ロジック IC**として販売されており，論理素子の種類によって型番がちがうとのこと。また，IC には電源を接続する必要があり，電源のプラス側を Vcc 端子に，マイナス側を GND 端子に接続する必要があるとのことであった。例えば，論理積の汎用ロジック IC は，7408 という型番で次のような接続になっているそうだ。

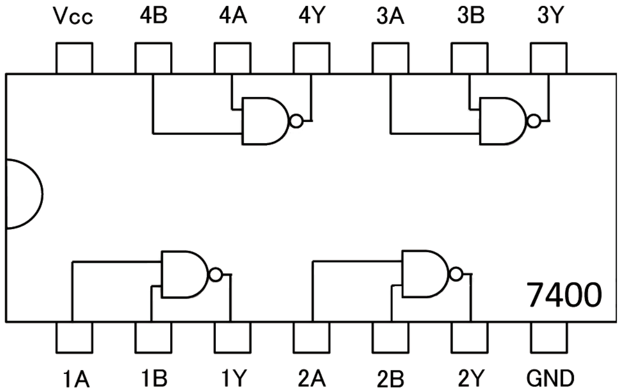


【図6】 汎用ロジック IC 7408 の接続

より深い理解のために

汎用ロジック IC は，論理和，論理積，否定，NAND，NOR などの素子がいくつか組みこまれた IC(集積回路, Integrated Circuit) である。汎用ロジック IC としては, 74 シリーズと呼ばれる IC 群と 4000 シリーズと呼ばれる IC 群が有名である。74 シリーズは型番が 74 から始まる 4 ～ 5 桁の数字で表現される。4000 シリーズは 4000 番台の型番がつけられている。4000 シリーズの型番の頭に 74 をつけて，4000 シリーズを 6 桁の 74 シリーズとして組みこんでいる場合もある。

74 シリーズや 4000 シリーズには，多くの種類が存在する。例えば，7400 という型番の IC は，２入力の NAND 回路が 4 回路組みこまれているものであり，次の図7のような回路構成になっている。1A，1B などの A，B がつくものが入力を表し，1Y などの Y がつくものがその出力を表す。ここで，Vcc および GND はそれぞれ，駆動電源のプラスとマイナスを接続する。電源電圧は IC によって様々であるが，Vcc と GND の間が 5V または 3.3V が一般的である。また，論理各素子の入出力も，GND と端子の間が 5V あるいは 3.3V の場合は1，0V の場合は0となっている。



【図７】 汎用ロジック IC 7400

74 シリーズにおいては，IC の構造や応答速度などによって，HC や HCT などの記号がつけられており，74 の後に記号が入る。例えば，HC タイプの 7400 は 74HC00 のように表現される。本競技で使用する IC も HC タイプのものである。

鈴木さんは，多数決装置の論理式が $x = b \cdot c + a \cdot c + a \cdot b$ であることから，お父さんから２入力の論理積が４回路入った 7408 と呼ばれる IC をもらった。これ１つで，３つの項を実現でき，さらに１つの論理積の論理素子が余る計算である。

「お父さん，３入力の論理和の IC も欲しいんだけど。」

と鈴木さん。しかし，お父さんの手元には，そういう論理素子はないとのこと。

「代わりにこれを使うといいよ。」

といってお父さんがくれたのは，744078 と呼ばれる８入力の論理和が１回路入った IC であった。

「8 入力だけど，余った端子に０を入れてあげれば３入力の論理和としても使えるだろ。」

鈴木さんはちょっと考えて，

「あ，そうか。論理和の場合，０をいくつ足しても演算結果には影響しないのね。」

といって，お父さんからもらった 744078 を使うことにした。

翌日，佐藤さん，高橋さんの２人といっしょに，実際の配線について考えてみることにした。

「論理積と論理和が入った汎用ロジック IC をもらってきたよ。」

「これで多数決装置がつくれるね。」

「7408 と 744078 って型番が似てるけど，中身は全然ちがうんだね。」

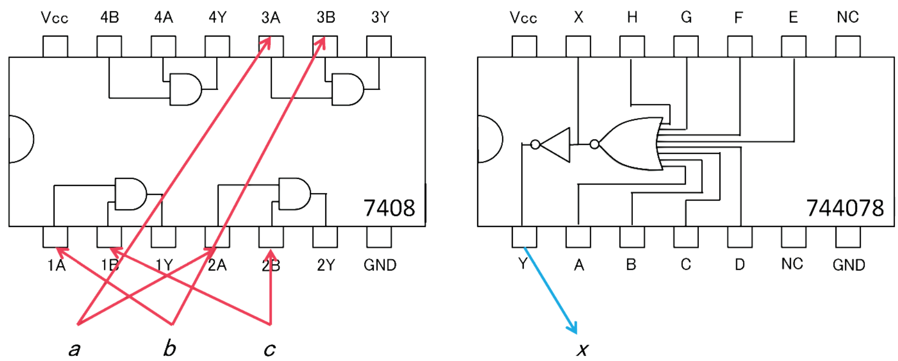
「中に入っている論理素子の向いている方向までちがうよ。面倒だなぁ。」

「論理積が４つあるのか。じゃぁ，このうちの３つを使うことにしよう。」

「a，b，c が２回ずつ出てくるね。これはどうするの？」
「分岐してつないじゃえばいいのよ。」
「744078って，論理和じゃなくてNORなんだけど。」
「NORの先に否定があるでしょ。否定の否定は肯定。だから，論理和と同じなんだって。」

演習５

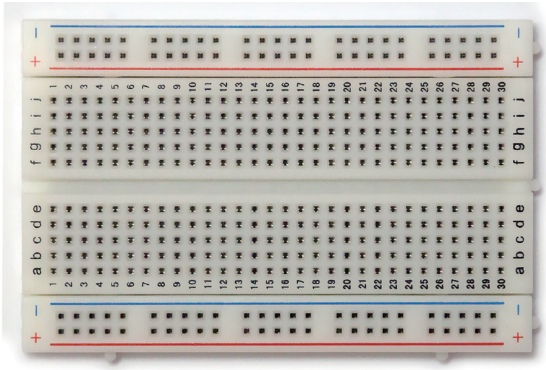
下の図８は，鈴木さんのお父さんからもらった7408および744078の内部構造を示した図である。7408と744078を接続する線を引き，多数決回路の配線図を完成させよ。



【図８】 7408および744078の内部構造

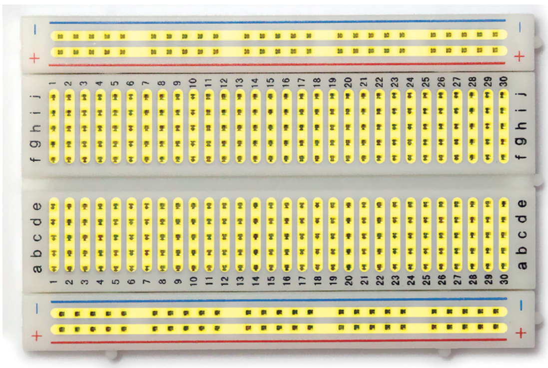
7. ブレッドボード

さあ，いよいよ実際の回路の作成だ，と意気ごむ３人。もちろん，ICの足に直接ジャンパー線を接続しても回路は動作する。しかし，これでは空中配線となってしまい，安定しない。
「そういえば，理科の先生が以前，便利そうなものを使っていたね。」
「ブレッドボード！」
ブレッドボードとは，たくさんの穴の空いた電子回路作成用のツールで，穴にジャンパー線や電子部品を組みつけることによって簡単に電子回路を実現することができる便利な器具である。実は，以前，理科の先生が電気の説明をするときに使っていたことがあるのだ。
典型的なブレッドボードの写真を次に示す。



【写真１】　ブレッドボード（例）

このタイプのブレッドボード（写真１）は両端に電源のプラスとマイナスを接続し，その間の部分で回路を実現するように想定されている。ブレッドボードの中は，次のよう（写真２）に配線されている。

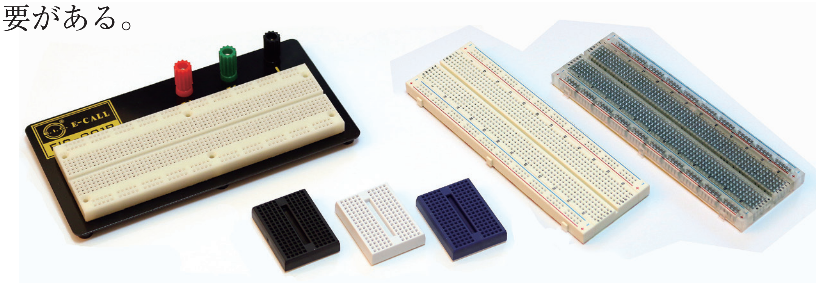


【写真２】　ブレッドボードの配線

「今回は，IC も２つだけだから，小さいブレッドボードで大丈夫だね。」
３人は，標準的な小さいブレッドボードを使うことにした。

より深い理解のために

ブレッドボードは，必ずしも上で示したようなものばかりではない。形も配線も様々である。電源を組みこんだもの，他のマイコンと連携できるように工夫されているものなど，いろいろなものが存在しているので，必要に応じて適切なブレッドボードを選ぶ必要がある。特に，部品点数が多くなるような場合には，大きめのブレッドボードを使う必要がある。



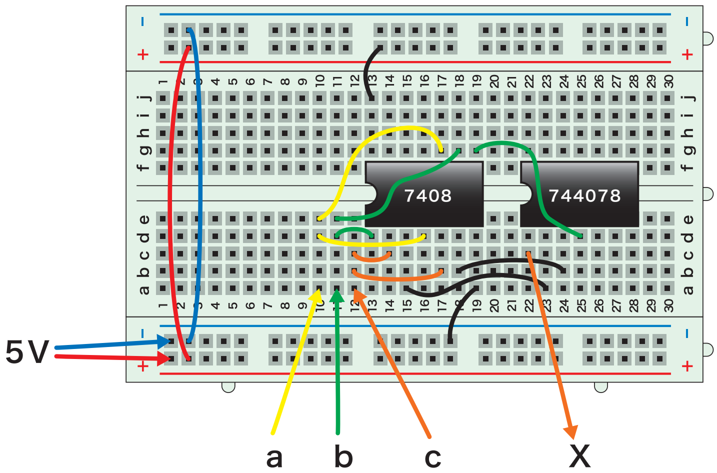
【写真３】　いろいろなブレッドボード

8. ブレッドボードを用いた多数決回路の作成

すでに，多数決装置の IC の配線図はできている。
「入力と出力はできているから，あとは電源を接続して ...」
「IC の Vcc にはプラス，GND にはマイナスを接続するんだよ。」
「わかってるよ。うるさいなぁ。」
「744078 は 8 入力の論理和だから，余った端子をマイナスにつなぐのを忘れないでね。」
「あ，そうだった。」
こうやってできたのが，次のような回路であった。

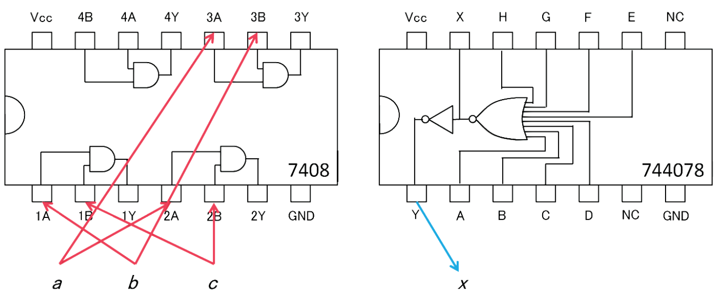
演習 6

下の図 9 は 3 人の作成途中の多数決装置である。線を引いて接続を完成させよ。また，実際にブレッドボードを用いて回路を作成せよ。



【図 9】 ブレッドボードを用いた多数決回路

※　電源は 5V の電源装置を使用すること。
※　必要であれば、下の図 8 を参考にすること。



【図 8】 7408 および 744078 の内部構造（11 ページに掲載のもの）

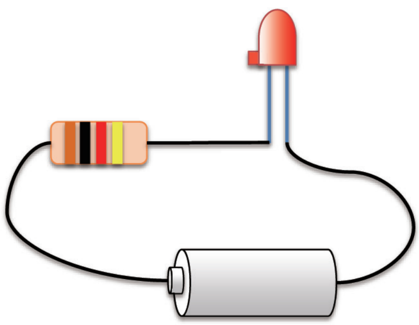
「よし。完成。」
「ねぇ，これ，入力側にはスイッチをつけるとして，出力ってどうやって確認するの？」
「テスターで測れば…」
「えー，面倒！」× 2 人

9.　抵抗入り LED を使って LED を点灯させる

「わかったよ。じゃぁ，LED をつけよう。」
そんなわけで，３人は多数決装置に LED を接続することになった。

より深い理解のために

LED を点灯させるためには，LED と抵抗器を直列に電源に接続する。接続例を下の図 10 に示す。

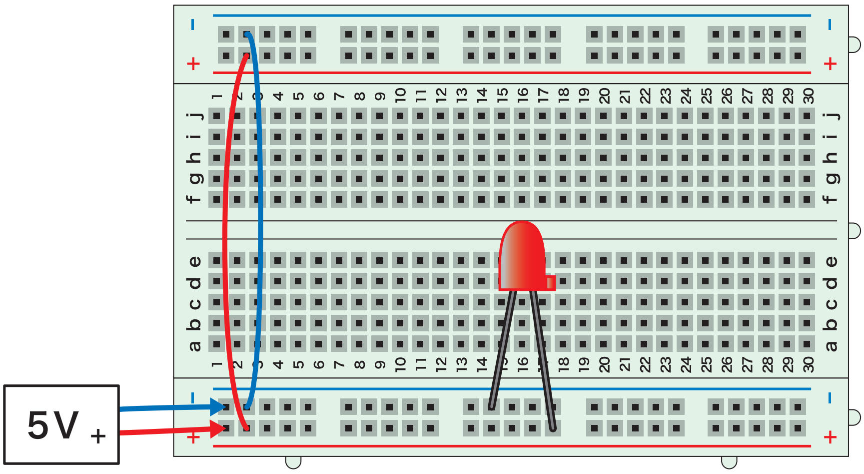


【図 10】　LED と抵抗器の接続例

ここで，抵抗器の抵抗値は電源の電圧や LED に応じて適切なものを選ぶ必要がある。しかし，考え方によっては，LED と電源電圧が決まってしまえば抵抗の値は自動的に決まることになる。そこで，**抵抗入り LED** が一般に市販されており，電源電圧に合った抵抗入り LED を使用することによって，回路を簡単にすることができる。例えば，5V 用抵抗入り LED，12V 用抵抗入り LED といった形で販売されている。

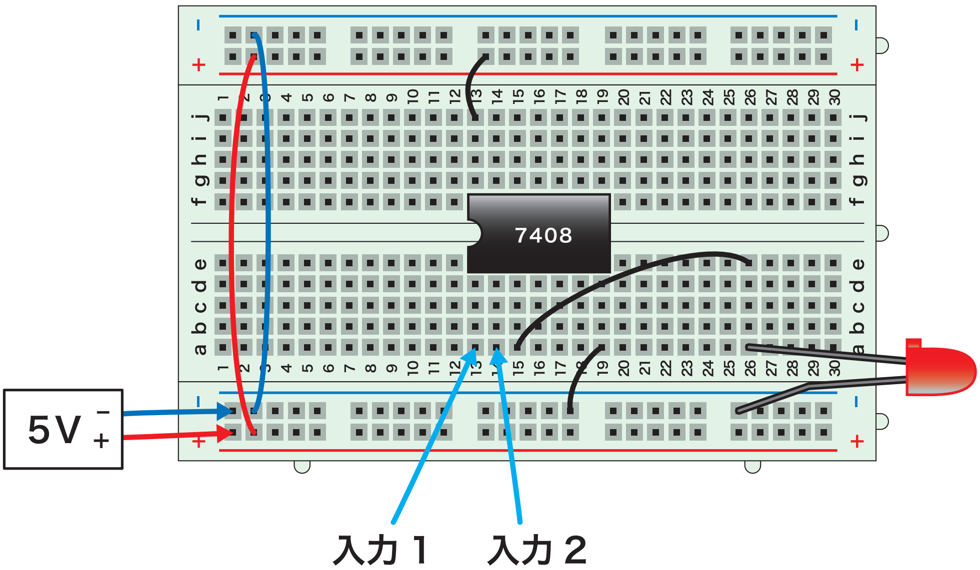
また，LED を使う上で気をつけなければならないことは，LED には極性があるということである。つまり，LED からは２本の線（足）が出ているが，どちらをプラス側，どちらをマイナス側につなぐかが決まっているということである。新品の LED は足の長さが異なっており，長い方をプラス側に，短い方をマイナス側に接続しなければならない。

抵抗入りの LED を点灯させるためには，どうすればよいだろうか。直接電源を接続すればよいので，次のよう（図 11）に接続すればよい。



【図 11】 ブレッドボードへの LED の接続方法

では，次に IC の出力によって LED を点けたり消したりしてみよう。次の図 12 は，論理積回路を用いて LED を点けたり消したりするための回路である。図で使用している汎用ロジック IC である 7408 は，２入力の論理積を 4 回路もっている。その接続は先に示した多数決回路を参考にしてほしい。この回路において，入力 1 および入力 2 に 0 または 1 を入れることによって，すなわち，入力 1 および入力 2 をそれぞれプラス端子またはマイナス端子に接続することによって，LED が点灯したり消灯したりする。

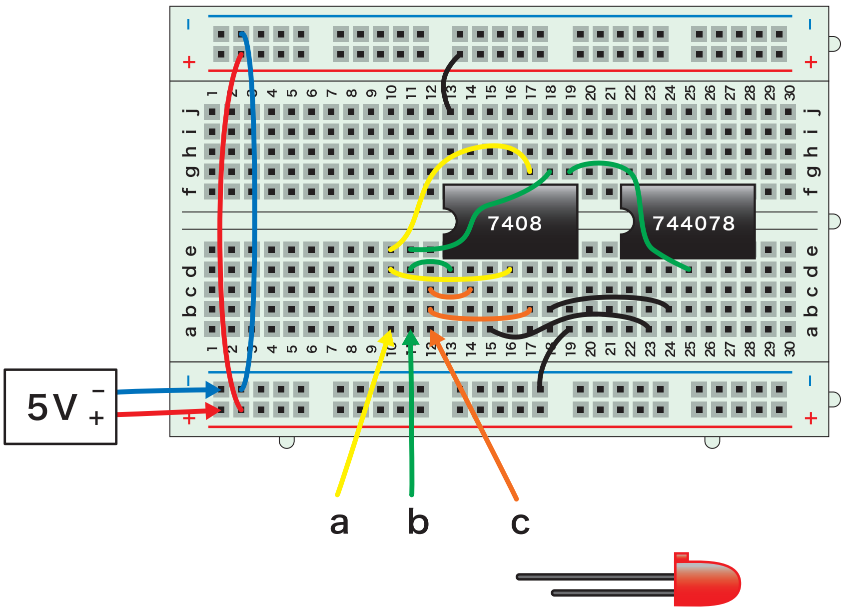


【図 12】 論理積回路への LED の接続

3 人は回路を簡単にするために，抵抗入りの LED を使うことにした。
「足が長い方がプラスだったよね。」
「あ，なんだ 744078 の出力に LED をつなげばよいだけじゃないか。」
「意外と簡単だったね。LED。」
「誰よ，テスターで測れば OK なんていってたのは。」

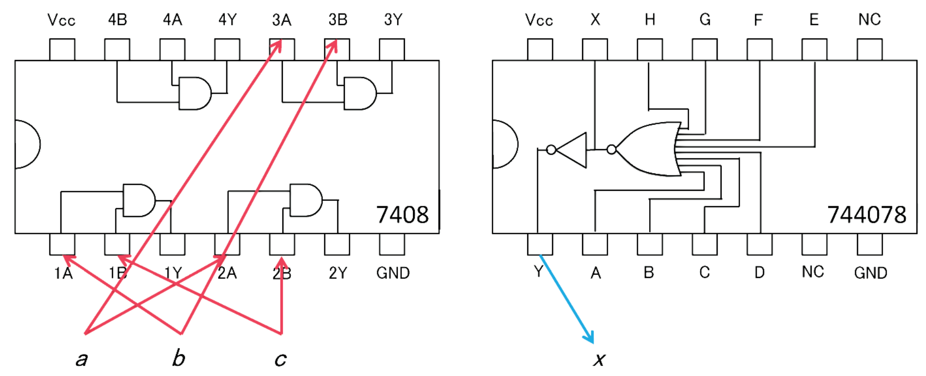
演習 7

下の図 13 は 3 人の作成途中の多数決装置である。線を引いて接続を完成させよ。また，実際にブレッドボードを用いて回路を作成せよ。

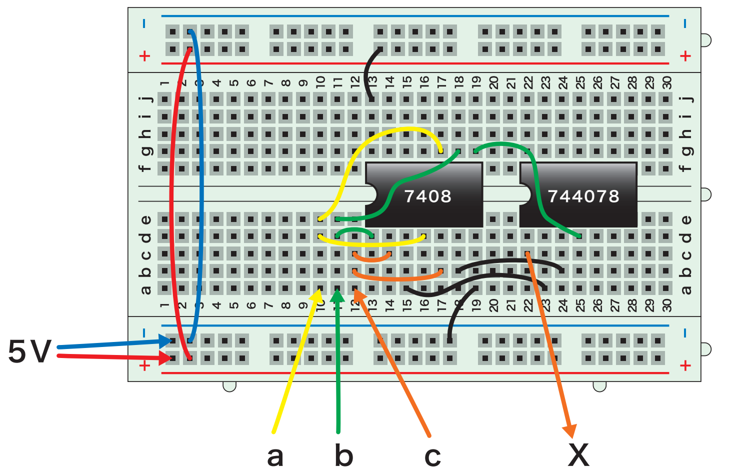


【図 13】 多数決装置

※ 電源は 5V の電源装置を使用すること。
※ 必要であれば，次の図 8，図 9 を参考にすること。



【図 8】　7408 および 744078 の内部構造（11 ページに掲載のもの）



【図９】　ブレッドボードを用いた多数決回路（13 ページに掲載のもの）

10. エピローグ

「よし，これで多数決が取れるね。スイッチを取りつけてっと。さぁ，このスイッチを１つずつみんなで持って。」
「ねぇ，思うんだけど，自由研究のテーマ，この多数決装置でよいんじゃないかしら？」
「！！」× 2。
「そうだよね。そうしよう！」

11. 課題

論理回路（組み合わせ回路）について下記の内容のポスターを作成せよ。ポスターのサイズは，A3 横を縦置きで２枚合わせ，A2 縦で構成すること。

身の回りにある組み合わせ回路で構成されている装置や，組み合わせ回路で構成できそうな自分で考えた装置を挙げ，次の内容についてポスターを作成せよ。

1. 装置の動作の説明
2. 装置の入力と出力の関係
3. 装置を構成するための論理式
4. 装置を構成するための論理回路

12. 配布物

下記のものが配布されているので，事前に確認すること。

□ ① 汎用ロジック IC 74HC08	２個
□ ② 汎用ロジック IC 74HC4078	２個
□ ③ ブレッドボード	１個
□ ④ 配線部材	1 セット
□ ⑤ 抵抗入り LED（5V 用）	２個
□ ⑥ 電源装置	１個

電源装置は 5V モードで使用すること。

※ ①，②の 74HC08，74HC4078 は，7408，744078 のことである（10 ページ参照）。

演習の答え

演習１

佐藤さん a	鈴木さん b	高橋さん c	多数決結果 x
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

演習２

$x=\overline{a}\cdot b\cdot c+a\cdot \overline{b}\cdot c+a\cdot b\cdot \overline{c}+a\cdot b\cdot c$

演習３

$x=\overline{a}\cdot b\cdot c+a\cdot \overline{b}\cdot c+a\cdot b\cdot \overline{c}+a\cdot b\cdot c$
$x=(\overline{a}\cdot b\cdot c+a\cdot b\cdot c)+(a\cdot \overline{b}\cdot c+a\cdot b\cdot c)+(a\cdot b\cdot \overline{c}+a\cdot b\cdot c)$
$x=(a+\overline{a})(b\cdot c)+(b+\overline{b})(a\cdot c)+(\overline{c}+c)(a\cdot b)$
$x=b\cdot c+a\cdot c+a\cdot b$

［解説］

$x=\overline{a}\cdot b\cdot c+a\cdot \overline{b}\cdot c+a\cdot b\cdot \overline{c}+a\cdot b\cdot c$

上式は項が論理和で繋がれた形になっている。論理式では同じ項をいくつ繋げても結果は同じなので，次のように変形できる。（べき等法則）

$x=\overline{a}\cdot b\cdot c+a\cdot \overline{b}\cdot c+a\cdot b\cdot \overline{c}+a\cdot b\cdot c+a\cdot b\cdot c+a\cdot b\cdot c$

また，計算の順番を変えると次のようになる。（交換法則）

$$x = (\overline{a}\cdot b\cdot c + a\cdot b\cdot c) + (a\cdot \overline{b}\cdot c + a\cdot b\cdot c) + (a\cdot b\cdot \overline{c} + a\cdot b\cdot c)$$

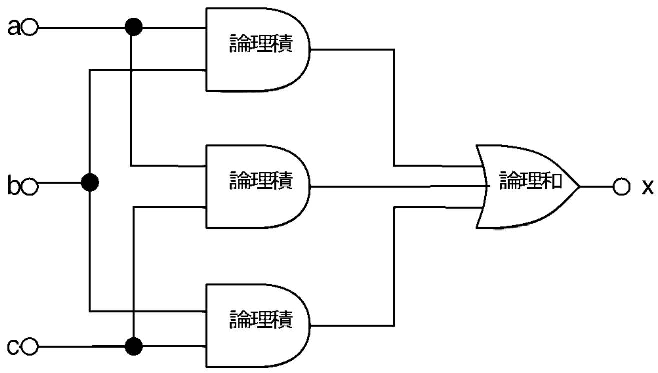
さらに，それぞれの括弧で括られた部分に，同じ項があるので，次のようにまとめる。（分配法則）

$$x = (a + \overline{a})(b\cdot c) + (b + \overline{b})(a\cdot c) + (\overline{c} + c)(a\cdot b)$$

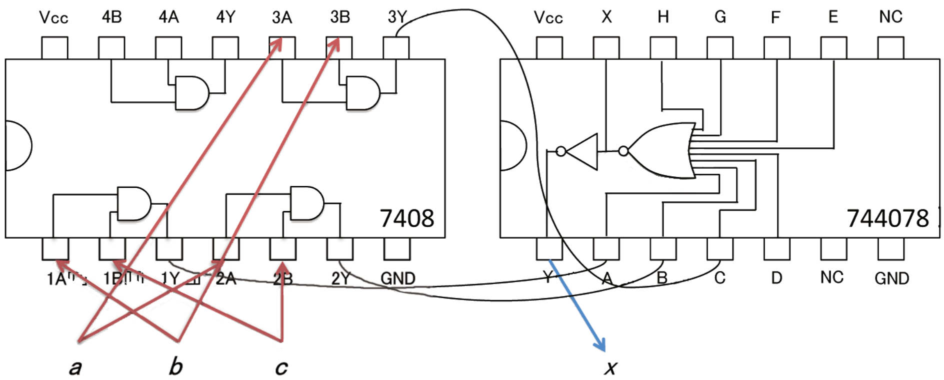
同じ項の論理和は１になることを利用すると次のようになる。（補元法則）

$$x = 1\cdot(b\cdot c) + 1\cdot(a\cdot c) + 1\cdot(a\cdot b)$$
$$x = b\cdot c + a\cdot c + a\cdot b$$

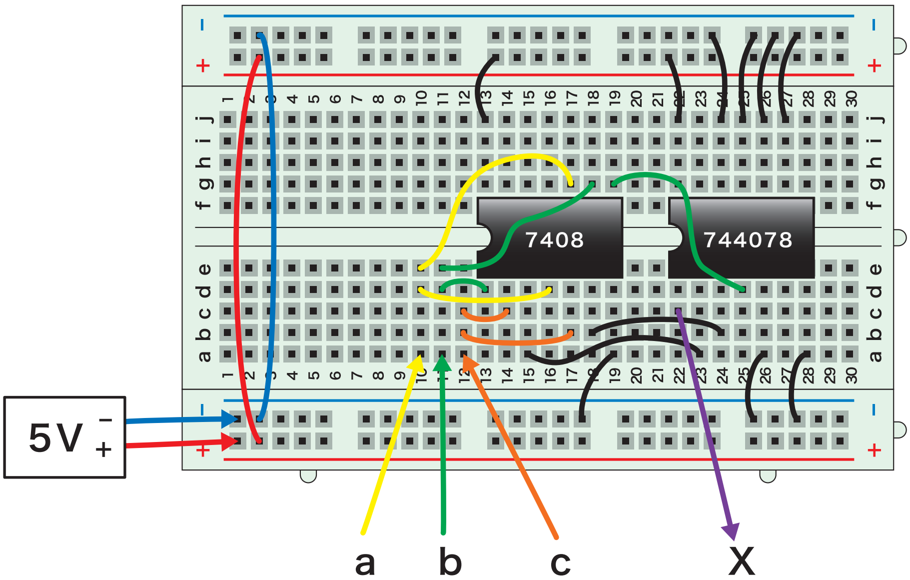
演習４



演習５



演習６



演習７