



第8回
科学の甲子園 全国大会

実技競技①「地学ペンタスロン」

解答例と解説

はじめに

宇宙は 138 億年前に誕生し、数億年後に最初の恒星が形成されたと考えられている。そして現在では、我々の住む地球において温暖化や自然災害が問題となっている。また今後の地球の環境や未来を考える上で、「地学」という時間と空間の連なりを視野に入れた、幅広い総合的な学問が大切となってきている。

さて、地学に関する五種競技、「地学ペentasロン」はいかがであったか。

採点については、実技器材や観測地点により測定値の差が生じるので、測定値の差等をあらかじめ実測のうえ、得点に影響しない様配慮をした。

【課題 1】「地球の重さを求めよ」

(解答例)

問 1

解答例 1

- (1) 重力加速度を g とする。
- (2) 岩石試料の質量 m を電子天秤で 0.1 g 単位で測定する。
- (3) 水を入れたクリアカップの質量 m_0 を電子天秤で 0.1 g 単位で測定する。
- (4) 釣り糸で支えた岩石を電子天秤上のクリアカップの水の中につるし、このときの電子天秤の値 m_1 を 0.1 g 単位で記録する。
- (5) 重さの増加分は浮力の大きさに等しいので、水が岩石に及ぼす浮力 F は、

$$F = (m_1 - m_0)g \quad \dots \textcircled{1}$$
 である。
- (6) 一方、浮力 F は、水の密度 ρ_0 、岩石の体積 V とすると、

$$F = \rho_0 Vg \quad \dots \textcircled{2}$$
 である。
- (7) ①と②から、岩石の体積 V は、
$$V = \frac{m_1 - m_0}{\rho_0} \quad \dots \textcircled{3}$$
 となる。
- (8) 以上より、岩石の密度 ρ_1 は、

$$\rho_1 = \frac{m}{V} = \frac{m \rho_0}{m_1 - m_0}$$

と求めることができる。

解答例 2

それぞれの岩石試料の質量を測定する。その後、スタンドに岩石試料をつり下げ、電子天秤の上に置いた水を入れたクリアカップに沈めて重さの変化を測定する。重さの増加分は浮力の大きさに等しく、浮力の大きさから岩石の体積を求めることができる。これら質量および体積の測定値から、それぞれの岩石試料の密度を算出する。

問2

測定結果

花こう岩 g/cm ³	1回目	2回目	3回目	平均 2.6-2.7
斑れい岩 g/cm ³	1回目	2回目	3回目	平均 2.9-3.0
かんらん岩 g/cm ³	1回目	2回目	3回目	平均 3.3

問3

$$F = mg = \frac{GMm}{R^2}$$

$$M = \frac{gR^2}{G}$$

万有引力定数 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, 重力加速度 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$, 地球の半径 $R = 6.40 \times 10^3 \text{ km}$ から,

$$\text{密度 } \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3g}{4\pi GR} = 5.48 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 5.48 \text{ g/cm}^3 \quad \text{となる。}$$

問4

地球の中心核である核（外核と内核）は、マントルを構成するかんらん岩よりも密度の高い物質、例えば鉄やニッケルなどの金属でつくられているものと推定される。

(解説)

古代ギリシアの科学者アルキメデスは、純金に混ぜ物をしてつくられた王冠と本物の純金でできた王冠を、どのようにして壊さずに識別できるのかをずっと考えていた。ある日、アルキメデスはお風呂に浸かり、湯船からお湯があふれ出るのを見たその瞬間、「アルキメデスの原理」のヒントを得たとされる。



アルキメデスの発見したこの原理は、「水や空気などの流体中の物体は、その

物体が押しつけている流体の質量と同じ大きさで上向きの浮力を受ける」というものである。つまり、もし王冠に混ぜ物がしてあった場合、この王冠と同じ重さの金塊を用意し、天秤棒に吊るしてバランスを取ってから水を満たした容器に沈めると、そのバランスが崩れて天秤は純金の方に傾く。これは、この王冠に混ぜ物があつたためにその比重が小さくなつていたからである。この関係は次の式で表わすことができる。

$$F = -\rho Vg$$

F : 浮力 [N], ρ : 水の密度 [kg/m^3], V : 物体の水没している部分の体積 [m^3],
 g : 重力加速度 [m/s^2]

ここでの浮力の大きさは、水中にある物体の密度には関係しない。すなわち、

$$\rho Vg = mg$$

m : 物体の質量 [kg]

が成り立つ。これにより、水没している物体の体積 V は同じ体積の水の質量に相当することがわかる。

さて、今回はこのアルキメデスの原理を応用して、地殻やマントルを構成する岩石の密度を測定し、あわせて地球の核がどのような物質からできているのかを推定することを目的とする。

【課題2】「震源を決定せよ」

(解答例)

問1

震央の緯度と経度	北緯 36.08 度, 東経 139.75 度
----------	-------------------------

問2

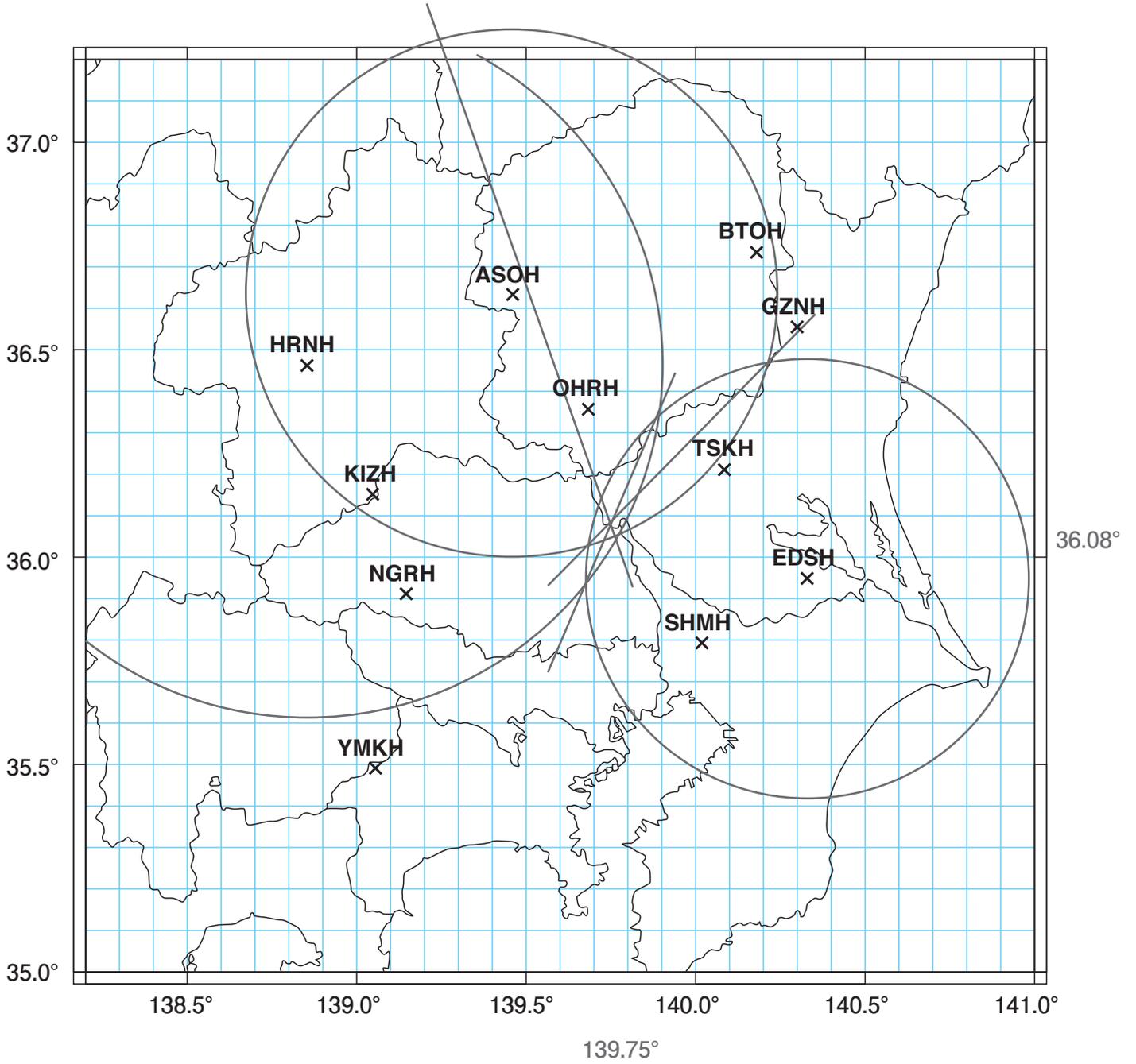
観測点名	深さ
EDSH	21 km
HRNH	23 km
ASOH	23 km

平均した深さ	22 km
--------	-------

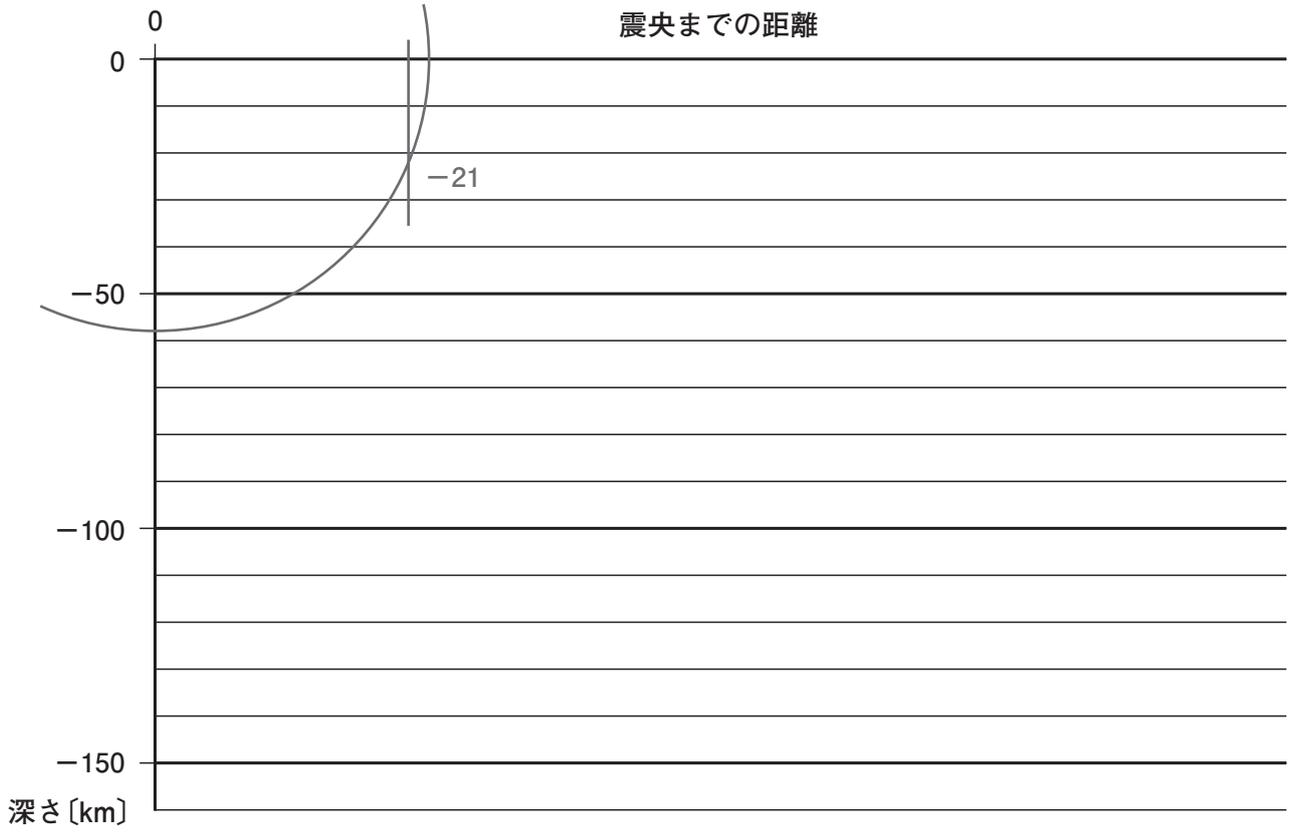
問3

地震発生時刻	19時 01分 54.0秒
--------	---------------

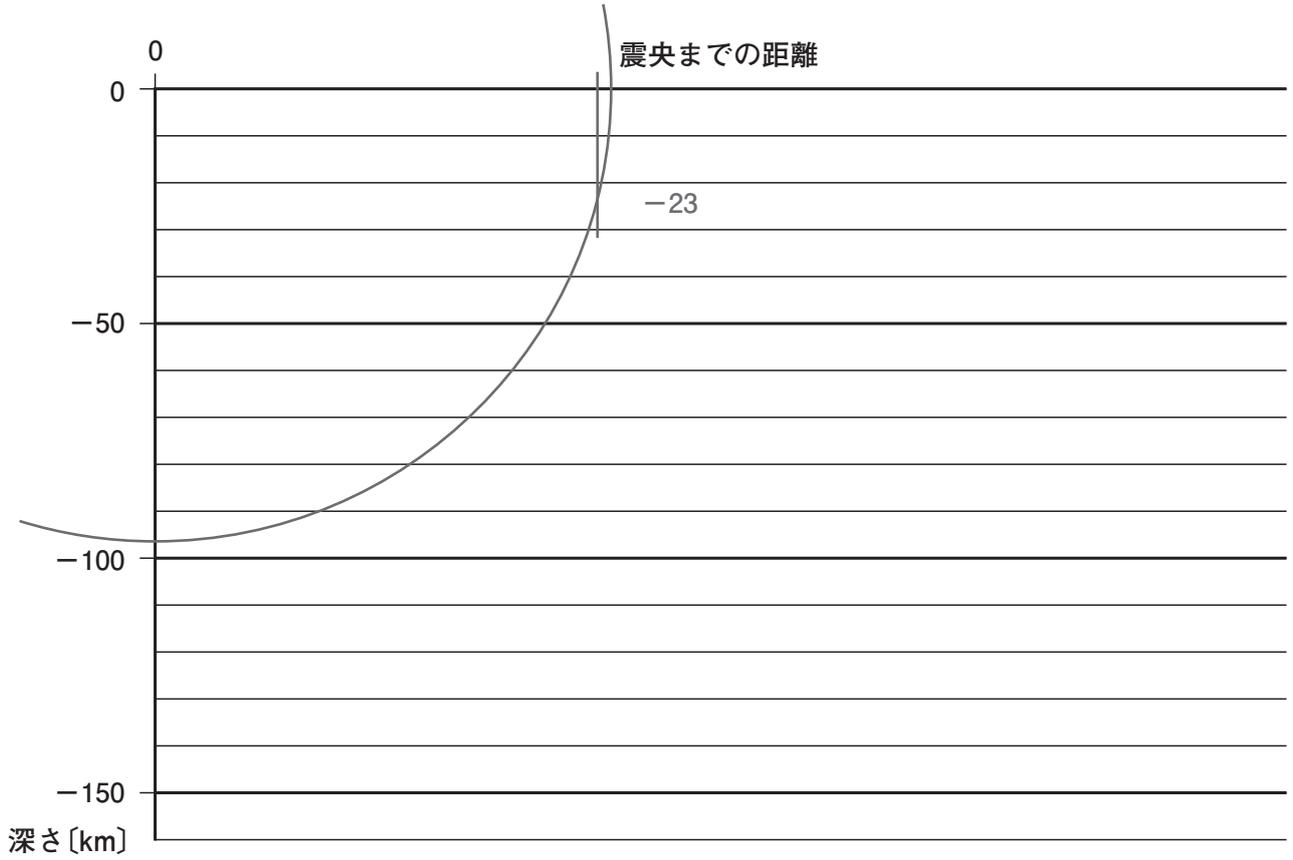
作図用紙 1



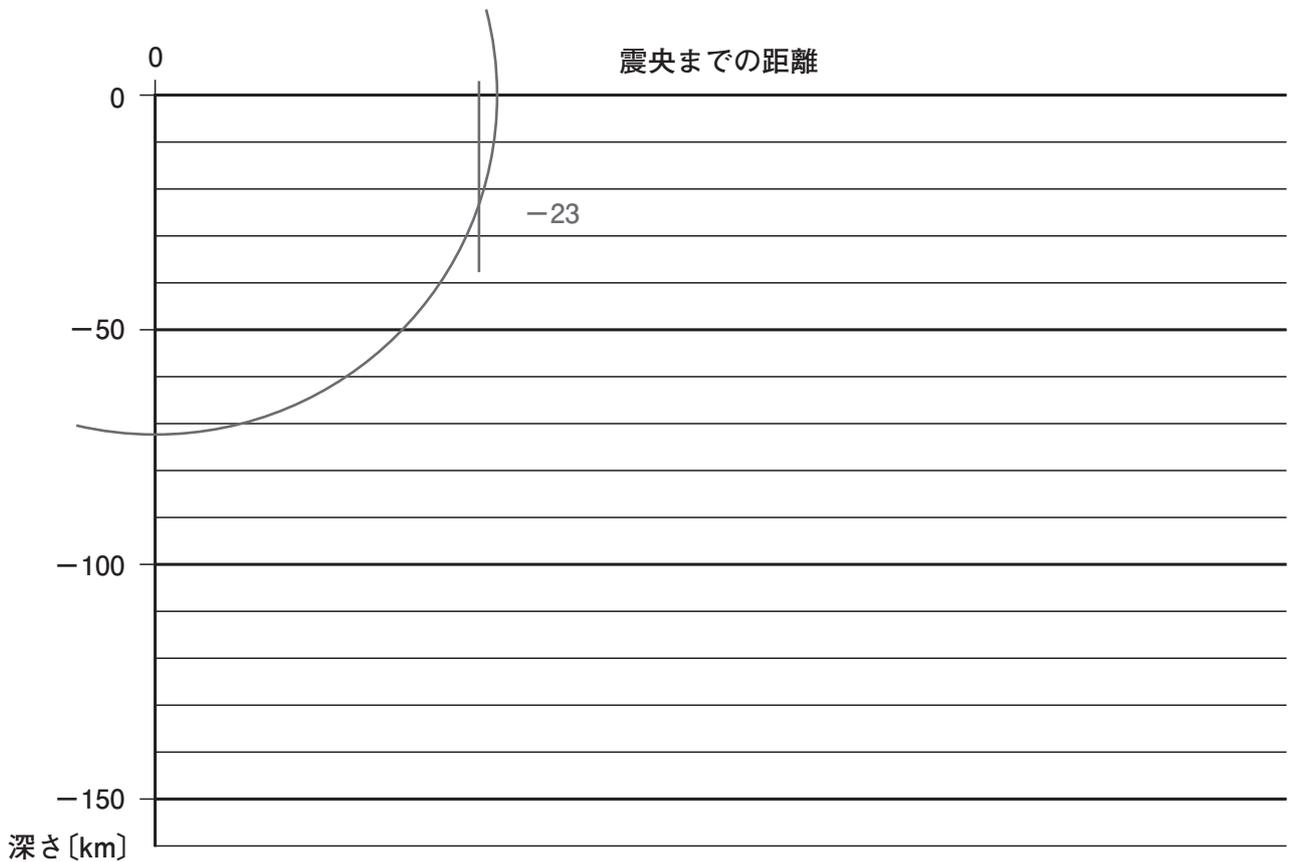
作図用紙2-1



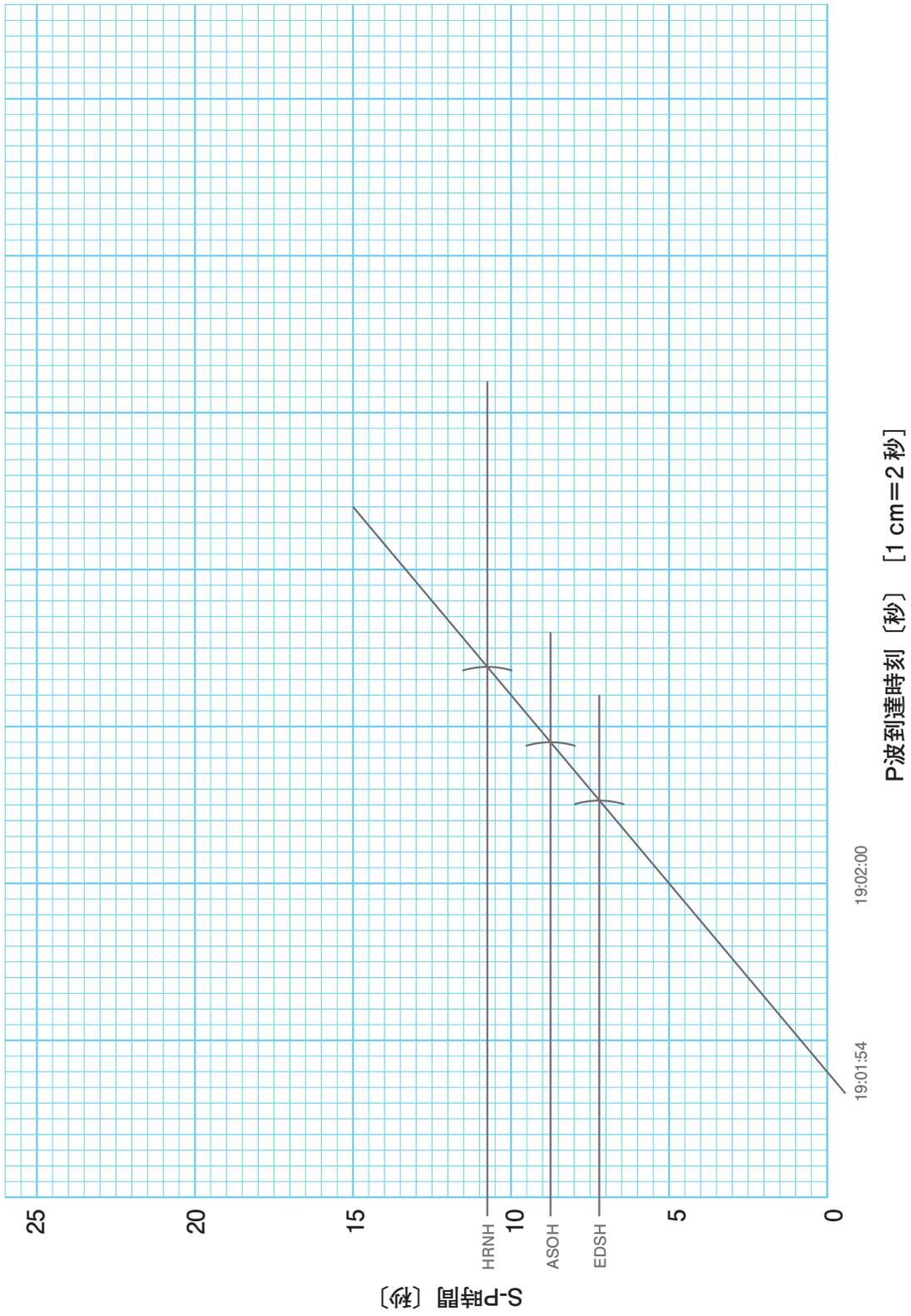
作図用紙2-2



作図用紙2-3



作図用紙3



(解説)

日本全国には数多くの地震計が設置されており、観測データがリアルタイムで処理され、地震が起こった際には即座に震源の位置や時刻、地震の規模などが推定されている。それは緊急地震速報としても発表されている。ここでは、最も基本的な手法で震源の位置と時刻を求めてみた。

まず、地震のP波とS波の伝搬速度はほぼ一定と仮定する。P波はS波よりも先に到達することから、その到達時間の差(S-P時間)は、震源からの距離に相当する。ここでは1秒あたり8 kmと仮定した。3点の観測データから、問1ではまず水平面での位置(震央)を求め、続いて問2では深さを求める。

問3は地震の発生時刻を求めるが、この作図の方法は「和達^{わだち}ダイヤグラム」と呼ばれている。縦軸に震源からの距離に相当するS-P時間を取り、横軸にP波の到達時刻をおいてデータをプロットすることで、距離が0の点(つまり震源)におけるP波の到達時刻を推定し、地震の発生時刻として推定する。

ここでは唯一の解が求まるように、3点の観測値を用いることにした。観測には多くの誤差や不確定要素(例えば地震波の速度は地質によって異なる)を含んでいるので、3点の観測データのみから求めた震源には多くの誤差が含まれる。実際には、一つの地震に対して多くの観測点のデータを用い、最も確からしい震源を求めていくことになる。

【課題3】「リップルを作成せよ」

(解答例)

問1 18点		作成方法 説明を加えた図示でも可	使用した 実技器材	判定
	第1回	水に触れ，チリトリなどで水表面（水内部）に左右に波を発生させれば，底面にできる。		
	第2回			
問2 18点		作成方法 説明を加えた図示でも可	使用した 実技器材	判定
	第1回	ベニヤ板下に丸棒をコロとしてかませ，水槽ごと左右に揺らせば，できる。		
	第2回			
問3 各2点	場所	海岸(または大きな湖の岸)～水深 20 m 以浅の砂質の海底または湖底		
	作用	波の作用		

判定…リップルが出来たと判定したら押印する。

(解説)

野外で露頭（地層が表れている崖のこと）に見られる地層を調べると、砂層には縞模様が見られることが多い。近づいて見てみると、大きさがそろった砂粒子の配列と、異なったサイズの砂粒子の配列が交互に重なってできている。

地層に観察されるラミナは、層理面と平行なもの（平行ラミナ）、斜めなもの（斜交ラミナまたはクロスラミナ）、波状のものなどがある。これらは運搬されてきた砂が堆積する時の砂層表面の形態に関係している。後に地層を形成するので、ベッディングとも呼び、表面にうねりがある時、リップルと呼ぶ。河川などにおいて一方向の流れがあれば、カレントリップルが形成される。断面では下流側に高角度で傾く斜面と上流側に低角度で傾く面があり、非対称の形になっている。流速が小さい時（およそ 0.05 m/s 以下）には、内部で乱れがなく静かに移動していく（層流と言う）が、それより大きい場合、内部で乱れが生じており（乱流と言う）水流表面も波状になる。このような乱れによって、水底つまり砂表面が乱され侵食される所と堆積される所が交互に発生し、かつ水流があるため非対称型の表面形態となる。水流表面の波と砂表面の波とは位置がずれている（つまり位相がずれている）（図1）。

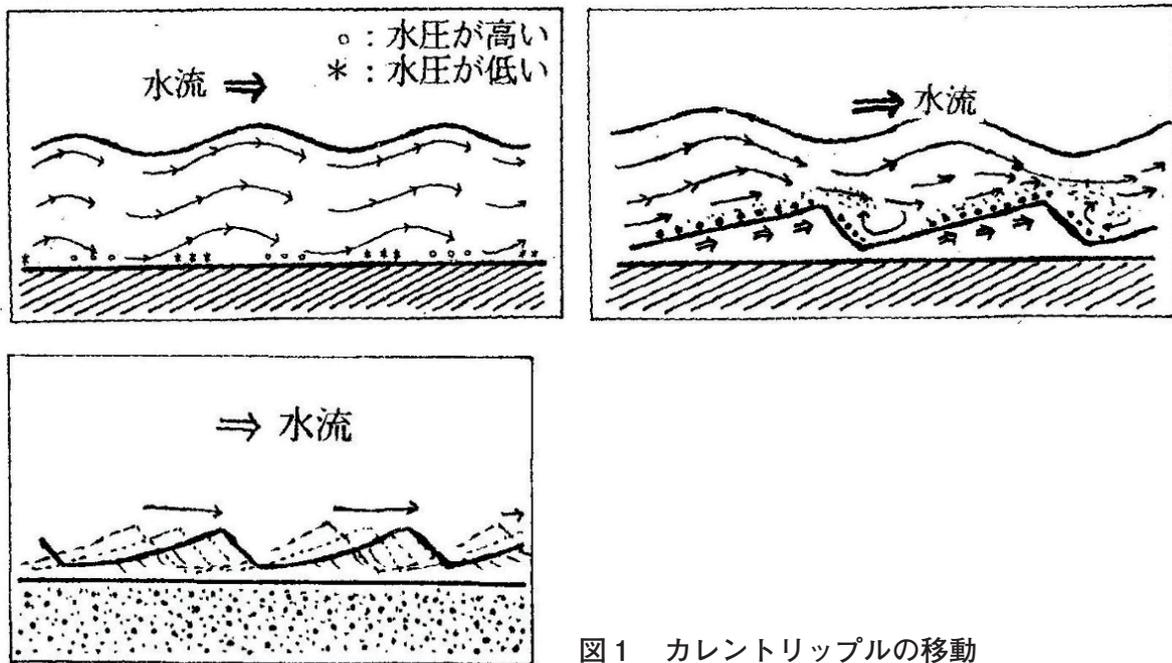


図1 カレントリップルの移動

上流側から砂が供給されれば上流側斜面を砂が運搬され移動し、下流側の斜面で崩れながら斜めに堆積する。運搬される砂の粒径は揃っていないことが普通なので、粒径によって移動速度が異なり下流側斜面に到達する時間にずれが生じる。このためサイズ別に砂が下流側斜面に堆積し、ラミナが斜めにできる。水流表面の波と位相がずれているため、カレントリップルは上流側から下流側に移動していくが、砂が上流側から供給されていけば砂層が形成され、結果としてクロスラミナが形成される。つまり、クロスラミナは、カレントリップルの移動と砂の堆積の結果を表しており、かつての水流の方向も示していることがわかる（図2）。



図2 クロスラミナ 水流は左から右

このようにカレントリップルは一方向流によって形成されるので、河川や河口などで良く観察される。特に河口では潮流の影響がある（満潮・干潮）ので、流向が逆になるクロスラミナが交互に重なる様子が観察される。満潮と干潮の間では水流があってクロスラミナが形成されるが、満潮時と干潮時には水流が止まるので、その際、より細粒の泥がリップル表面に薄く堆積することがある（マッドドレイプと呼ぶ）。

海岸などでは波によって砂表面も揺すられ、砂が左右に移動する。このため砂表面は波状で対称型になるウェイブリップルを作る。（図3、4）



図3 ボールペンの方向は波の方向と同じ

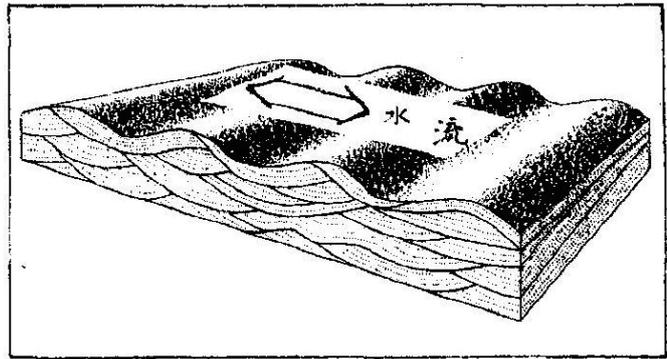


図4 波の方向とウェイブリップル

波の作用が砂表面に影響を与えられる水深の限界はおよそ 20 m と考えられており、このリップルが観察されれば、比較的浅い海底あるいは湖で堆積したことが推定できる。河口近くの海岸であれば、洪水などで河川から大量の泥が運ばれる時があり、ウェイブリップルの上に泥層が重なりこの構造が記録されやすい（図5）。



図5 ウェイブリップルとその上にかぶさる泥

河口付近などでは、水流と波の両方の影響を受ける所があり、カレントリップルとウェイブリップルの中間型のリップル（複合流リップル）が形成される。

その他、洪水など流速が大きい時には、クロスラミナが低角度で傾斜方向が逆になったり、台風などの暴浪時に見られる上方に細粒化しながら緩いカーブのラミナを形成するハンモッキー・クロスラミナなどがある。

このように堆積構造は、地層堆積当時の様子（流水などの状態）すなわち堆積環境が推定

できるので、地層形成の手がかりとして重要視されている。

【水槽実験でウェイブリップルを作る】

泥サイズの粒子ではコロイド状になり、粒子同士の結合が強くなるので、一度堆積した粒子を水流で移動させるのが困難になる。また粒径が大きいほど動かす力（せん断応力）が大きくなるので、発生させる波も大きい。海岸でも通常観察されるのは、粒径が 0.3～0.5 mm の砂底の海岸である。

今回は水槽内で人工的に波を発生させるため、泥分を除いた粒径 0.3mm 前後の砂を用意した。大会では、うちわを水につけてみたり（当然、うちわの紙がはがれてしまう）、フライ返しとおたまで水をすくっては落とすことを繰り返してみたり、両手に持った丸棒で水槽の両端をたたいてみたり、縁日気分が盛り上がったかもしれない。創造性豊かな全国の高校生のさまざまな取り組みを頼もしく拝見させていただいた。

波はプラスチック板など（ここではチリトリ）を水中で大きめに左右に動かすことで発生させれば、容易に底面にウェイブリップルができる（問1解答）。波の発生のさせ方によって畝の波長やできる箇所（水槽の端か、中ほどか）が変わる。水槽壁の反射波とうまく同期できれば、定常波となるのでそのまま2、3分続ければ、ウェイブリップルができてくる。ただし、水槽の両端に水がぶつかりしぶきが上がるので、水槽の両端には可動式のプラスチック製のフタを被せて行うと良い。濡れた手を拭くためのタオルも用意した。

水槽を左右に揺することでも波は発生できる。水槽下の板の下に2本の丸棒をコロとして設置すれば、水槽を左右に揺ることが容易にできる（問2解答）。

それ以外の道具はすべてフェイクであるので、それらに惑わされずにウェイブリップルを作成できることが期待される。

【課題4】「浅海波の速度を測定せよ」

—波長が水深に比べて十分に長い波(津波のような波)の進む速度を測定せよ—

(解答例)

測定回数	水深 [cm]	波の進む速度 [cm/s]	比例定数
1	5.0	68	30.4
2	6.0	75	30.6
3	7.0	81	30.6
			30.5

(解説)

地学の教科書に書かれている場合もあるが、波長が水深に比べて十分に長いとき（例えば津波は、波長は数百キロメートルあり、水深は4キロメートル）の波が進む速度（水が進む速度ではないことに注意、波形が進む速度を位相速度という）は \sqrt{gh} (g は重力加速度, h は水深) であることが知られている。したがって、今回の正解は \sqrt{g} になる。

この理論値を出すための数式は、大学の理科系で習得するはずなので、理系の大学に進学する人は、「波」はすべての基本であることを念頭において学習してほしい。（ここで水の表面波の話を経理的に説明しようとする、かなり長くなって、かつ高校で学習しない式が多数出てくるので、詳しくは書かない。

今回の実験では、波長を水深に比べて十分に長く取れたかがポイントとなる。

詳しい式の話

浅海波の波速 C と波長 L は、次式で与えられる。（この式の導き方は、大学の教科書でも数ページにわたるので、ここでは省略）

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad (1)$$

$$C = \frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} = \left(\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

L : 波長, C : 波速, T : 周期, g : 重力加速度, π : 円周率, h : 水深

水深がその場所の波長の概ね $\frac{1}{20}$ 以下、すなわち極浅海波の場合は、(1) 式と (2) 式において、 $\tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right) = \frac{2\pi h}{L}$ とすることができるので、波長と波速を次のように表すことができる。

$$L = T(g h)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$C = (g h)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

☆補足

$\tanh(\theta)$ は双曲線正接, $\cosh(\theta)$ は双曲線余弦, $\sinh(\theta)$ は双曲線正弦であり、それぞれ次式で表される。

$$\tanh(\theta) = \frac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{e^{\theta} + e^{-\theta}}, \quad \cosh(\theta) = \frac{e^{\theta} + e^{-\theta}}{2}, \quad \sinh(\theta) = \frac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{2}$$

【課題5】「恒星までの距離を求めよ」

(解答例)

問1

$$E \quad (- 0.28, \quad - 0.18) \qquad E' \quad (+ 0.44, \quad - 0.31)$$

問2

(計算過程)

E と E' から見た恒星Aの見かけ上の移動量 $2p$ は

$$\sqrt{(-0.28 - 0.44)^2 + (-0.18 + 0.31)^2} = 0.73$$

土星本体の直径は、座標上の距離で 2.5、これが 19.4 秒角に相当するので、

$$2p = 0.73 \times \frac{19.4}{2.5} = 5.66 \quad \text{よって} \quad p = 2.83$$

(答) 2.83 秒角

問3

(計算過程)

近傍の恒星までの距離 d [パーセク] と、年周視差 p [秒角] の間の関係式から、

$$d = \frac{1}{p}$$

$$= \frac{1}{2.83} = 0.35$$

(答) 0.35 パーセク

問4

恒星 A の方が、ケンタウルス座アルファ星よりも

0.99 パーセク だけ、 [遠い, 近い]

(解説)

地球は、約1年かけて太陽の周りを1回転しています。これは地球の公転運動とよばれます。地球から恒星を継続的に観測した場合、この地球の公転運動によって、「年周光行差」と「年周視差」という二つの現象を捉えることができます。

「年周光行差」は、地球の公転運動によって、恒星から地球に届く光の方向が、地球の公転運動の方向にわずかにずれるという現象です。これは、真上から雨が降っている中を、電車や自動車が走ると、雨が斜め前方から降ってくるように見えるのと同じ現象です。「年周視差」は本課題で取り上げたように、地球の公転運動のために、近傍の恒星の位置が、背景の遠方の恒星に対して、見かけ上動いてみえる現象です。「年周光行差」と「年周視差」は、あまりにもわずかなずれであるため、肉眼による観測では捉えることができませんでした。16世紀、まだ天体望遠鏡が発明される前、ティコ・ブラーエなどの天文学者達は、年周視差を捉えることで地動説が正しいか否かを検証しようとしていました。しかし、肉眼による天体観測では年周視差を検出することはできず、当時の天文学者達は地動説は正しくないと結論せざるを得ませんでした。17世紀初頭に天体望遠鏡が発明され、それが広く普及すると、まず、1728年にイギリスのブラッドレーによって年周光行差が、そして、1838年と1839年にドイツのベッセル、イギリスのヘンダーソンとロシアのストルーヴェによって、年周視差がそれぞれ発見されました。実際には、年周光行差の方が、年周視差よりも大きいために、先に発見されています。

本課題では、簡単な観測から恒星の年周視差を得て、その恒星までの距離を求めています。しかし、実際の年周視差の値ははるかに小さいため、このような簡単な観測では得ることが出来ません。また前述したように、観測結果から年周光行差の影響を取り除くという作業が必要になるため、現実には1年間かけて、極めて精密な恒星の位置観測を繰り返し行う必要があるのです。

さらに、本課題では模擬実験のために、地球の位置EとE'で異なる方向に望遠鏡を向けていますが、実際の観測では、同じ方向に向けるだけで同じ恒星を見ることが可能です。これは、実際の星々があまりに遠くに位置するためです。そのため、本課題では、本来位置が変わらないはずの背景の星々も動いてしまっているのですが、これを「動いていないと見なす」大胆なデフォルメを施すことで恒星Aの年周視差を求めています。背景の星々と恒星A、そして、天体望遠鏡の配置図を描き、ちょっとした計算をするだけで、今回の課題のデフォルメのポイントが見えてくるはずですよ。そこの君も、ちょっと試してみませんか？